

DOI:10.16198/j.cnki.1009-640X.2019.04.016

陈英昕, 吴思远, 李斯, 等. 考虑翘曲及挤压影响的深孔闸门主梁正应力解析解[J]. 水利水运工程学报, 2019(4): 116-123.
(CHEN Yingxin, WU Siyuan, LI Si, et al. Analytical solution of positive stress for main beam of deep-hole gate considering effects by warpage and extrusion[J]. Hydro-Science and Engineering, 2019(4): 116-123. (in Chinese))

考虑翘曲及挤压影响的深孔闸门主梁正应力解析解

陈英昕¹, 吴思远², 李 斯³, 王正中¹, 吴守军¹

(1. 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 3. 上海千年城市规划设计股份有限公司, 上海 201108)

摘要: 随着高水头水利水电工程的开发, 深孔闸门应用越来越普遍。在梁构件设计时, 按其结构特点, 已属薄壁深梁讨论范畴, 若仍采用传统设计中细长梁纯弯理论, 则会导致计算结果出现较大误差。由此, 垂待给出一种简明准确的主梁正应力计算方法。基于叠加思想和材料力学方法, 充分考虑翘曲及挤压影响, 建立了合理的力学计算模型, 推导出工字形截面深梁在横向均布荷载作用下正应力的解析计算式, 并分析了在不同跨高比和翼缘与腹板面积比下该方法计算结果与现有计算方法及数值模拟间的相对误差及适用范围。进而结合工程实例, 给出了不同计算方法的精度评价。计算结果表明, 相比于现有解析计算方法, 该方法计算结果精度较高且适用范围较广, 可为梁结构设计提供参考。

关 键 词: 深梁; 工字形截面; 翘曲; 挤压; 均布荷载

中图分类号: TV31 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2019)04-0116-08

在水利、建筑及港口工程等领域, 随着荷载量级的不断增大, 组合工字形或箱形薄壁截面深梁得到越来越广泛的应用。深梁在横力弯曲时, 由于剪应力沿横截面高度的分布不均匀, 剪应变也沿截面高度同步变化, 从而导致横截面不能保持平面而翘曲。当梁在各相邻横截面上的剪力都相等时, 则各截面的翘曲程度也相同, 相邻横截面间纵向纤维伸长相同^[1], 即为同步翘曲影响。但在分布荷载作用下, 梁在各横截面上的剪力不同, 各横截面的翘曲程度也不同, 相邻横截面纵向纤维的伸长也就不相同^[2], 此时既要考虑同步翘曲影响, 也要考虑不同步翘曲影响。同时翼缘受力使得层间纤维相互挤压^[3]也是影响因素之一。

长期以来, 众多学者致力于深梁理论及应力计算的研究, 针对矩形截面深梁的应力计算已有很多研究成果^[2, 4-7], 但工字形截面梁因其截面复杂, 与矩形梁相比受力机理更为复杂, 精确解析解难以求出^[8]。王正中等^[9-11]探索了工字形截面深梁的应力计算方法, 研究了梁内弯应力的分布规律。利用材料力学方法考虑了不同步翘曲影响, 给出了工字形截面应力计算式; 通过假定工字形梁翼缘、腹板传力方式, 采用弹性力学半逆解法推导出了不同支座形式应力计算式; 给出了层间挤压应力的计算方法, 并指出其应力值随梁跨度和高度方向变化, 不可忽略。但所采用弹性力学和有限元方法分别对工字形矩形截面梁进行应力分析, 所得公式解法复杂, 物理含义不够明晰, 不易推广至其他特殊形状截面梁的计算。

本文首先根据闸门面板与主梁翼缘连接形式, 忽略其扭转变形, 同时摒弃材料力学中平截面及纵向纤维互不挤压的假定, 利用叠加思想, 建立横力弯曲下工字形截面深梁力学模型, 推导出考虑同步翘曲、不同步翘曲和挤压影响的应力解析计算式, 揭示了薄壁深梁弯曲、剪切与挤压的耦合变形机理。进而将本文解

收稿日期: 2018-08-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51179164); 国家科技支撑计划项目(2012BAD10B02); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20120204110024)

作者简介: 陈英昕(1998—), 男, 内蒙古呼伦贝尔人, 主要从事结构稳定分析。E-mail: 1027527781@qq.com

通信作者: 吴思远(E-mail: siyuan_wu1992@163.com)

以及文献[9-10]解与有限元数值计算结果进行比较,分析其分布规律和适用范围。

1 工字形截面梁的截面特征

根据图1定义工字形截面几何特征参数,各参数计算如下。

设:

$$\frac{A_1}{A_f} = \beta_1, \frac{A_2}{A_f} = \beta_2, \frac{h_1}{h} = \alpha_1, \frac{h_2}{h} = \alpha_2, \theta = \frac{b_2}{b_1} \quad (1)$$

则:

$$\alpha_1 = \frac{1 + 2\beta_2}{2(1 + \beta_1 + \beta_2)}, \alpha_2 = \frac{1 + 2\beta_1}{2(1 + \beta_1 + \beta_2)} \quad (2)$$

$$I = \frac{A_f h^2}{12} (1 + 12\beta_1 \alpha_1^2 + 12\beta_2 \alpha_2^2) \quad (3)$$

$$S^* = \begin{cases} \frac{b_1}{2} (\alpha_1^2 h^2 - y_1^2) & b(y_1) = b_1 \quad (\alpha_1 h_0 \leq y_1 \leq \alpha_1 h) \\ A_1 \alpha_1 h_0 + \frac{\delta}{2} (\alpha_1^2 h_0^2 - y_1^2) & b(y_1) = \delta \quad (0 \leq y_1 \leq \alpha_1 h_0) \\ -A_2 \alpha_2 h_0 + \frac{\delta}{2} (\alpha_2^2 h_0^2 - y_1^2) & b(y_1) = \delta \quad (-\alpha_2 h_0 \leq y_1 \leq 0) \\ -\frac{b_2}{2} (\alpha_2^2 h^2 - y_1^2) & b(y_1) = b_2 \quad (-\alpha_2 h \leq y_1 \leq -\alpha_2 h_0) \end{cases} \quad (4)$$

$$\int_{y_1} S^* dy_1 = \begin{cases} \frac{A_1 \alpha_1^2 h_0^2}{\delta} + \frac{\alpha_1^2 h^2 y}{2} - \frac{y^3}{6} & (\alpha_1 h_0 \leq y \leq \alpha_1 h) \\ \frac{A_1 \alpha_1 h_0}{\delta} y + \frac{\alpha_1^2 h_0^2 y}{2} - \frac{y^3}{6} & (\alpha_1 h_0 \leq y \leq 0) \\ \frac{A_2 \alpha_2 h_0}{\delta} y + \frac{\alpha_2^2 h_0^2 y}{2} - \frac{y^3}{6} & (-\alpha_2 h_0 \leq y \leq 0) \\ \frac{A_1 \alpha_1^2 h_0^2}{\delta} + \frac{\alpha_1^2 h^2 y}{2} - \frac{y^3}{6} & (-\alpha_2 h \leq y \leq -\alpha_2 h_0) \end{cases} \quad (5)$$

式中: A_1, A_2 分别为上下翼缘的面积; h_1, h_2 分别为上下翼缘距中性轴的距离; h 为梁高; $b(y_1)$ 为距中性轴 y_1 处横截面宽度,即1,面积为 A ; I 为工字形截面对中性轴的惯性矩; S^* 为横截面距中性轴 y_1 以外部分面积对中性轴的面积矩。

2 单轴对称工字形截面正应力计算式推导

工字形截面单跨简支深梁是工程中常见的构件形式,而由于闸门主梁与面板直接相连,主梁上翼缘分载作用相对面板而言较小,故该处假定由腹板处承担上翼缘载荷,计算简图如图2所示。图2中的 $q = dQ/dz$,为梁上的分布荷载,以向下为正, Q 为剪力。

文献[9]利用材料力学法建立工字形截面梁。当各截面剪力不同时,正应力计算模型即考虑不同步翘曲对正应力的影响,其计算式为:

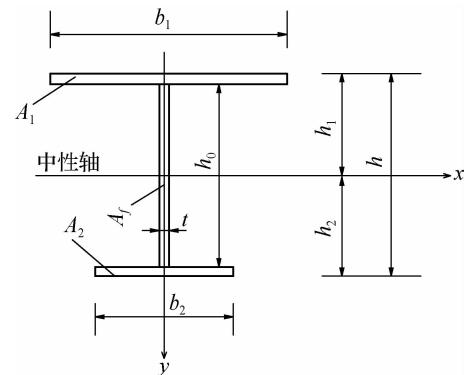


图1 工字形截面尺寸

Fig. 1 Dimensions of I-beam cross section

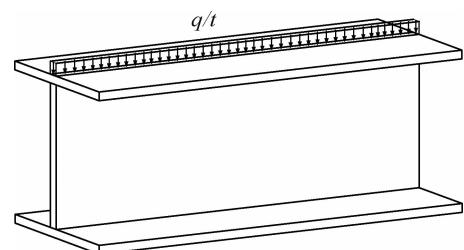


图2 计算模型

Fig. 2 Computation model

$$\sigma_x = \frac{My}{I} + \frac{2(1+\mu)q}{I} \int_0^y \frac{S^*}{b(y_1)} dy_1 - \frac{2(1+\mu)qKy}{A} \quad (6)$$

$$K = \frac{A}{I^2} \int_A y \left[\int_0^y \frac{S^* dy_1}{b(y_1)} \right] dA \quad (7)$$

式中: K 为截面特征无量纲数; M 为横截面上的弯矩; E 为材料弹性模量; G 为剪切模量; μ 为泊松比; q 为梁上分布荷载, 以向下为正; A 为截面面积。式(6)中后两项即为材料力学法推得的不同步翘曲项。

文献[10]利用弹性力学半逆解法, 通过分离工字形截面腹板和翼缘并合理假设边界条件, 分别研究腹板和翼缘的受力机理, 得到相应的弹性力学法正应力计算公式, 并给出支座形式为简支时工字梁水平纤维间挤压应力为:

$$\begin{cases} \sigma_y = a_1 y^3 + a_2 y^2 + a_3 y + a_4 \\ a_1 = \frac{q}{Ih^3} [h(S_2 + S_1) - 2I] \\ a_2 = \frac{q}{2Ih^2} \{h[(S_2 - S_1) - 3(\alpha_2 - \alpha_1)(S_1 + S_2)] + 6I(\alpha_2 - \alpha_1)\} \\ a_3 = \frac{q}{Ih} \{S_2 h - \alpha_2 h[3\alpha_1(S_1 + S_2) + (S_2 - S_1)] + 6I\alpha_1\alpha_2\} \\ a_4 = \frac{q}{2h} \{\alpha_2^2 h[(\alpha_2 + 3\alpha_1)(S_1 + S_2)]\} \end{cases} \quad (8)$$

式中: S_1, S_2 分别为上下翼缘对中性轴面积距的绝对值。

2.1 考虑同步翘曲的正应力

在以上研究的基础上构建受剪力情况下微元体变形模型, 如图 3 所示。

现取梁上长为 dx 的微段, 其中 P 点在中性层上, 沿 x 轴和 y 轴的正方向取两个微小长度的线段 $PA = dx$ 和 $PB = dy$, 并以此围成微元体 $PACB$; 假定微元体受剪力, 其剪力以引起梁段左边向上和右边向下的变形为正, 弯矩以使梁端产生向下凸出的变形为正。设截面的同一高度上剪应力相等, 可得剪应力公式为:

$$\tau = \frac{QS^*}{Ib_{(y)}} \quad (9)$$

微元体受剪力后, P, A, B 三点分别移动到 P', A', B' , 设 P 点在 x 方向的位移分量为 u , 在 y 方向的位移分量为 v , 则切应变 γ 为:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (10)$$

设梁截面没有平面内的变形, 于是 v 与 y 无关, 它代表梁轴线的挠度。式(7)对 y 积分得:

$$u = -\frac{dv}{dx}y + \frac{QS}{Ib_{(y)}}y + C(x) \quad (11)$$

在中性轴处由 $u|_{y=0} = 0$ 的条件得:

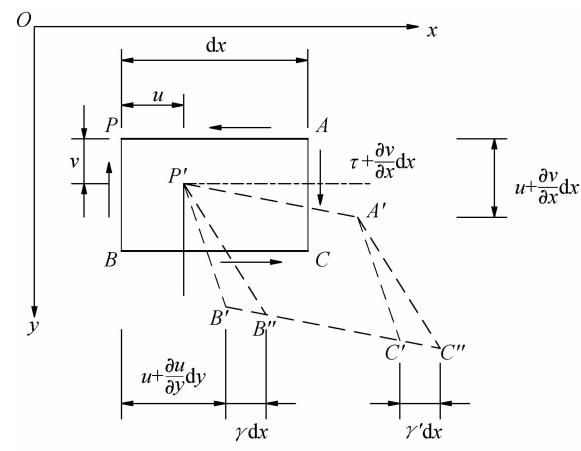


图 3 微元体剪切变形

Fig. 3 Shear deformation of element

$$C_1(x) = 0 \quad (12)$$

在腹板与翼缘相交处横向位移相同,即 $u_1|_{y=h_0/2} = u_2|_{y=h_0/2}$, 得:

$$C_2(x) = \frac{12Q\beta_2\alpha_2^2}{(1 + 12\beta_1\alpha_1^2 + 12\beta_2\alpha_2^2)G\delta} - \frac{Q\alpha_2^3h_0(h^2 - h_0^2)}{2IG} \quad (13)$$

相应的应变为:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = -\frac{d^2v}{dx^2}y + \frac{qS}{Ib_{(y)}}y + C'(x) \quad (14)$$

根据纵向层之间没有正应力的假设,可得正应力为:

$$\sigma_M = E\varepsilon_x = E\left(-\frac{d^2w}{dx^2}y + \frac{qS}{Ib_{(y)}}y + C'(x)\right) \quad (15)$$

静力学条件为:

$$M = \int_A y\sigma_M dA \quad (16)$$

将式(12)代入式(13)得:

$$-\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI} - \frac{b_1}{I^2G} \left[\begin{array}{l} \frac{qh^5(\alpha_1^5 + \theta\alpha_2^5)}{15} + \frac{h_0^3h^2q(\alpha_1^4\beta_1 + \theta\alpha_2^4\beta_2)}{2} - \frac{qh^2h_0^3(\alpha_1^4 + \theta\alpha_2^4)}{6} \\ \frac{2qh_0^5(\beta_1\alpha_1^5 + \theta\beta_2\alpha_2^5)}{5} + \frac{qh_0(h^2 - h_0^2)^2(\alpha_1^5 + \theta\alpha_2^5)}{4} \\ \frac{4qA_jh_0^4(\beta_1\alpha_1^4 + \beta_2\alpha_2^4) + 0.8\delta qh_0^5(\alpha_1^5 + \alpha_2^5)}{12I^2G} \end{array} \right] \quad (17)$$

将式(17)代入式(15)即可得正应力 σ_M 。以上求解过程不作平截面和纵向纤维无挤压假设,其剪力引起的截面翘曲没有考虑相邻剪力的变化,即仅考虑同步翘曲影响。

2.2 不同步翘曲对正应力影响

根据图3,在均布荷载作用下,微元体两端剪力不等。纤维的不同步纵向变形使得 B', C' 移动到 B'', C'' , 从而相邻截面的不同步翘曲所引起的正应力为^[9]:

$$\sigma_Q = \frac{2(1+\mu)q}{I} \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \frac{S^*}{b(y_1)} dy_1 - \frac{2(1+\mu)qKy}{A} \quad (18)$$

2.3 纵向纤维挤压对正应力影响

在考虑同步翘曲、不同步翘曲影响的基础上,还必须考虑水平纤维间挤压影响,即添加附加挤压正应力,其中简支工字梁水平纤维挤压应力如式(7)。但需要注意的是,式(7)基于弹性力学假定, σ_y 不随梁长变化。这与文献[3]中越靠近支座处挤压越明显的描述不符。故假定:(1) 支座截面 σ_{ys} 与跨中截面 σ_y 之差 $\Delta\sigma_y$ 按二次抛物线分布;(2) 在跨中处 σ_y 沿截面高度按正弦曲线分布,从而对式(7)进一步修正,得到随梁高及梁长(l)变化的挤压正应力,其中修正项为:

$$\Delta\sigma_y(x) = \frac{12}{l^2}(q - \sigma_y)\left(x^2 - \frac{l^2}{4}\right) \quad (19)$$

根据纵向线应变与横向线应变的比例关系,推得挤压正应力附加项为:

$$\sigma_J = -\mu(\sigma_y + \Delta\sigma_y) \quad (20)$$

综上,考虑弯剪耦合及挤压效应求得的单轴对称工字形截面正应力最终表达式为:

$$\sigma_x = \sigma_M + \sigma_Q + \sigma_J \quad (21)$$

3 均布荷载作用下双轴对称工字形截面正应力计算式

为了便于分析并使计算式更加简明通用,引入无量纲位置参数:剪高比 $\xi = 2y/h$, 剪跨比 $\eta = x/l$, 跨高比 $\alpha = l/h$ ^[11], 则上下翼缘处弯应力 σ_{xw} 的表达式可统一写为:

$$\sigma_{xw} = \frac{3q\alpha^2\eta(1-\eta)}{\delta(1+6\beta)}(1-\lambda_w) \quad (22)$$

中性轴上下腹板处弯应力 σ_{xs} 的表达式可统一写为:

$$\sigma_{xs} = \frac{3q\alpha^2\eta(1-\eta)}{\delta(1+6\beta)}(1+\lambda_s) \quad (23)$$

引入无量纲由翘曲与挤压引起的影响系数 λ , 翼缘处为:

$$\begin{aligned} \lambda_w &= \mp \frac{(2\beta + 0.2 + 12\beta^2)(1+\mu)}{\eta(1-\eta)\alpha^2(1+6\beta)} \pm \frac{(8\beta + 0.5 - \frac{\xi^2}{6} + 2\frac{\beta}{\xi})(1+\mu)}{\eta(1-\eta)\alpha^2} \pm \\ &\quad \frac{1+6\beta}{100\eta(1-\eta)\alpha^2} \left\{ 12\eta^2 - 3 + (12\eta^2 - 4) \left[\frac{(\xi+1)^3}{4(1+6\beta)} - \frac{3q(1+4\beta)}{4(1+6\beta)}(\xi+1) + 0.5 \right] \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

腹板处为:

$$\begin{aligned} \lambda_s &= \mp \frac{(2\beta + 0.2 + 12\beta^2)(1+\mu)}{\eta(1-\eta)\alpha^2(1+6\beta)} \pm \frac{\left(2\beta + 0.5 - \frac{\xi^2}{6} + 4\frac{\beta}{\xi}\right)(1+\mu)}{\eta(1-\eta)\alpha^2} \pm \\ &\quad \frac{1+6\beta}{100\eta(1-\eta)\alpha^2} \left\{ 12\eta^2 - 3 + (12\eta^2 - 4) \left[\frac{(\xi+1)^3}{4(1+6\beta)} - \frac{3q(1+4\beta)}{4(1+6\beta)}(\xi+1) + 0.5 \right] \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

λ 的影响因素有跨高比 α 、剪高比 ξ ($-1 \leq \xi \leq 1$)、剪跨比 η ($0 \leq \eta \leq 1$) 及翼缘与腹板面积比 β 。由于在计算式的推导过程中考虑了截面形式、跨高比、横截面翘曲、纵向纤维相互挤压及弯剪耦合效应等问题,因而计算式具有通用性。

4 计算结果对比分析

4.1 计算式无量纲化对比分析

表 1 中的 FEM, DB1, DB2 及 DB3 分别是双轴对称工字形简支梁在不同跨高比和不同翼缘与面积比下正应力有限元解、本文解、文献[9]及[10]解与欧拉细长梁解 $\sigma'_{(y)}$ 的比值,用 k 表示,其中 $k = \sigma_{(y)}/\sigma'_{(y)}$ 。从表 1 的数据可发现,随着 β 的增大,欧拉细长梁解的误差不断增大;当 $\beta < 0.5$ 时,欧拉细长梁解的误差小于 10%,在合理范围之内。为进一步分析各计算方法适用范围,翼缘与腹板面积比取 0.5~0.9,跨高比选取工程中深梁通常使用的 3~8。

与有限元模拟结果对比分析,可得:① 随着跨高比的减小和翼缘与腹板面积比的增大,传统欧拉细长梁解的误差逐渐增大。当跨高比较小时,翼缘处正应力误差远大于腹板处,所以跨中截面翼缘处正应力是主要考察范围;② 本文解最大误差为 5.69%,文献[9]解的最大误差为 9.32%,欧拉细长梁解的最大误差为 18.70%,其中在跨中截面弯矩正应力最大处不同跨高比与翼缘与腹板面积比的本文解误差均小于文献[9]的误差,本文解更为精确,而文献[10]在跨高比小于 5 时误差极大。在跨高比 6~8 时,误差在合理范围内,最大误差为 6.89%,计算结果偏于安全。

表1 跨中截面不同方法解与欧拉细长梁解的比值

Tab. 1 Ratios between solutions of different methods to solution of Bernoulli-Euler slender beam

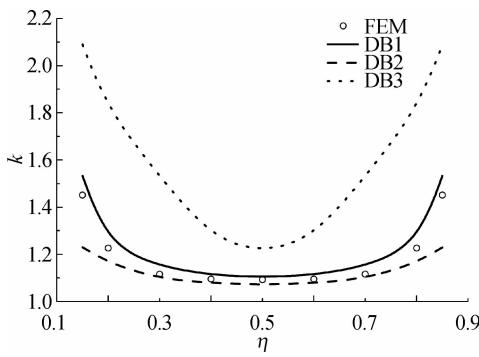
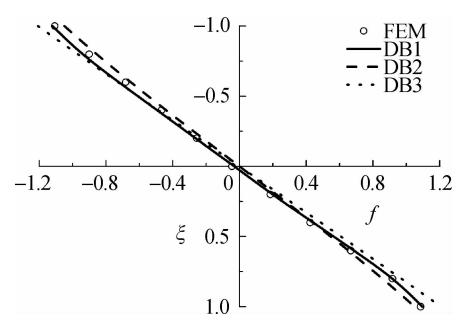
| β | 方法 | α | | | | | |
|---------|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0.5 | FEM | 1.16/1.09 | 1.10/1.08 | 1.08/1.07 | 1.07/1.06 | 1.07/1.06 | 1.06/1.06 |
| | DB1 | 1.22/1.18 | 1.15/1.16 | 1.15/1.11 | 1.10/1.08 | 1.07/1.06 | 1.06/1.05 |
| | DB2 | 1.11/1.17 | 1.04/1.09 | 1.01/1.05 | 1.00/1.03 | 0.99/1.01 | 0.98/1.00 |
| 0.6 | DB3 | 1.69/1.36 | 1.37/1.20 | 1.22/1.18 | 1.14/1.13 | 1.10/1.09 | 1.06/1.06 |
| | FEM | 1.17/1.10 | 1.12/1.09 | 1.09/1.08 | 1.08/1.07 | 1.07/1.06 | 1.06/1.06 |
| | DB1 | 1.21/1.16 | 1.12/1.14 | 1.12/1.10 | 1.08/1.07 | 1.07/1.05 | 1.05/1.04 |
| 0.7 | DB2 | 1.08/1.17 | 1.05/1.09 | 1.01/1.05 | 1.00/1.03 | 0.99/1.01 | 0.98/1.00 |
| | DB3 | 1.77/1.41 | 1.42/1.23 | 1.25/1.20 | 1.16/1.14 | 1.11/1.10 | 1.07/1.07 |
| | FEM | 1.18/1.12 | 1.12/1.10 | 1.10/1.09 | 1.08/1.08 | 1.07/1.07 | 1.07/1.06 |
| 0.8 | DB1 | 1.21/1.14 | 1.12/1.12 | 1.10/1.08 | 1.07/1.06 | 1.05/1.05 | 1.04/1.04 |
| | DB2 | 1.29/1.17 | 1.15/1.09 | 1.08/1.05 | 1.04/1.03 | 1.02/1.01 | 1.01/1.00 |
| | DB3 | 1.85/1.46 | 1.46/1.26 | 1.28/1.22 | 1.18/1.15 | 1.12/1.11 | 1.08/1.08 |
| 0.9 | FEM | 1.20/1.14 | 1.14/1.11 | 1.11/1.10 | 1.09/1.08 | 1.08/1.07 | 1.07/1.07 |
| | DB1 | 1.20/1.13 | 1.12/1.10 | 1.08/1.07 | 1.05/1.05 | 1.04/1.04 | 1.03/1.03 |
| | DB2 | 1.29/1.17 | 1.15/1.10 | 1.08/1.05 | 1.04/1.03 | 1.02/1.01 | 1.01/1.00 |
| 0.9 | DB3 | 1.92/1.50 | 1.50/1.29 | 1.31/1.24 | 1.20/1.17 | 1.14/1.12 | 1.10/1.09 |
| | FEM | 1.23/1.15 | 1.16/1.13 | 1.12/1.11 | 1.10/1.09 | 1.08/1.08 | 1.07/1.07 |
| | DB1 | 1.16/1.11 | 1.09/1.07 | 1.06/1.05 | 1.04/1.04 | 1.03/1.03 | 1.02/1.02 |
| 0.9 | DB2 | 1.30/1.17 | 1.15/1.10 | 1.08/1.05 | 1.04/1.03 | 1.02/1.01 | 1.01/1.00 |
| | DB3 | 2.00/1.55 | 1.55/1.31 | 1.34/1.26 | 1.22/1.18 | 1.15/1.13 | 1.11/1.09 |

注:“/”前后数值分别对应 $\xi = 1.0$ 和 $\xi = 0.5$ 两处跨中截面的计算结果。

4.2 算例与分析

设有简支工字形截面深梁,长 2.50 m,高 0.63 m,受均布荷载 $q = 10 \text{ kN/m}$ 的作用,如图 2。 $b_1 = b_2 = 0.180 \text{ m}$, $h_0 = 0.586 \text{ m}$ 。材料为 Q235 钢,弹性模量 $E = 2.06 \times 10^8 \text{ kPa}$,泊松比 $\mu = 0.30$ 。

为进一步研究正应力分布规律,利用有限元软件计算出翼缘底部不同方法解的无量纲正应力 k 沿梁长的变化规律(见图 4)。跨中截面不同方法解的无量纲正应力 f 沿梁高的变化规律见图 5。其中 $f = \sigma_{(y)} / \sigma'_{(y) \max}$ 。

图 4 k - η 关系Fig. 4 Relationships between k and η 图 5 f - ξ 关系Fig. 5 Relationships between f and ξ

分析图 4 和 5 可见:(1)本文解可以很好地描述沿梁长方向的正应力变化规律,最大误差 5.5%,跨中截面处误差 1.0%,偏于安全;文献[9]给出的解在远离支座时,精度较高,靠近支座时精度不能满足要求,最大误差 44.1%,跨中截面处误差 1.9%;而文献[10]给出的解,沿跨中截面向支座两端误差逐渐增大,不宜描述不同剪跨比时正应力沿梁长的变化规律,其中跨中截面误差为 10.3%;(2)文献[9]和[10]没有考虑挤

压影响,正应力近似于线性分布。本文解考虑挤压影响,从图 5 可见中性轴略向下移动,符合文献[3]中描述的正应力沿梁高变化规律,最大误差为 5.2%。但跨中截面处中性轴下移较小,从图 5 可见,文献[9]和[10]在不考虑中性轴下移情况下,依然能定性描述正应力梁高方向的变化规律,文献[9]误差为 22.2%,文献[10]精度为 31.7%,其误差主要在中性轴下沉处。

5 结语

在文献[9]和文献[10]的基础上,考虑同步翘曲、不同步翘曲及挤压对正应力的影响,基于叠加思想改进了以往解析计算方法。通过不同计算方法比较表明:在工字形截面计算时本文解能有效反映正应力变化规律,且计算精度和适用范围优于文献[9]和[10]。同时采用叠加思想和材料力学方法,相比于弹性力学解法更易于分析各类特殊薄壁深梁截面,并能保证其计算精度。

参 考 文 献:

- [1] 王正中,朱军祚,谌磊,等.集中力作用下深梁弯剪耦合变形应力计算方法[J].工程力学,2008,25(4):115-120.
(WANG Zhengzhong, ZHU Junzuo, CHEN Lei, et al. The stress calculation method for deep beams with shear-bending coupling distortion under concentrated load[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(4): 115-120. (in Chinese))
- [2] 铁摩辛柯.高等材料力学[M].汪一麟,译.北京:科学出版社,1964.(TIMOSHENKO S. Advanced mechanic of material [M]. Translated by WANG Yilin. Beijing: Science Press, 1964. (in Chinese))
- [3] 丁大钧,刘伟庆.深梁杆件力学解[J].工程力学,1993,10(1):10-18.(DING Dajun, LIU Weiqing. Solution of deep beams based on mechanics of bar system[J]. Engineering Mechanics, 1993, 10(1): 10-18. (in Chinese))
- [4] 王桂芳.简支深梁的应力分析[J].成都科技大学学报,1993,70(3):70-76.(WANG Guifang. Stress analysis of simply support deep beams[J]. Journal of Chengdu University of Science and Technology, 1993, 70(3): 70-76. (in Chinese))
- [5] 杨伯源,巫绪涛,李和平.剪切弯曲下短深梁位移数值计算精度的研究[J].应用力学学报,2003,20(2):145-146.
(YANG Boyuan, WU Xutao, LI Heping. Research on the precision of the numerical calculation of the displacement of short or deep beams with shear and bending [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(2): 145-146. (in Chinese))
- [6] 梅甫良,曾德顺.深梁的精确解[J].力学与实践,2002,24(3):58-60.(MEI Fuliang, ZENG Deshun. Precise solution of deep beams[J]. Mechanics and Practice, 2002, 24(3): 58-60. (in Chinese))
- [7] 舒小娟,钟新谷,沈明燕,等.基于剪切变形的矩形梁剪力滞求解方法[J].计算力学学报,2015(4):518-522.
(SHU Xiaojuan, ZHONG Xingu, SHEN Mingyan, et al. Calculation method for shear lag of rectangular section beam based on the shear deformation[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015(4): 518-522. (in Chinese))
- [8] WU Siyuan. Analytical solutions for wide flange I-shaped deep beam with shear effect of whole section, November 22-24, 2018 [C]//Kyoto: The Thirty-First KKHTCNN Symposium on Civil Engineering, 2018.
- [9] 王正中,沙际德.深孔钢闸门主梁横力弯曲正应力与挠度计算[J].水利学报,1995(9):40-46,24.(WANG Zhengzhong, SHA Jide. Calculation of normal stress and deflection in transverse bending of main beam in outlet gate[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1995(9): 40-46, 24. (in Chinese))
- [10] 王正中,刘计良,牟声远,等.深孔平面钢闸门主梁应力计算方法研究[J].水力发电学报,2010,29(3):170-176.
(WANG Zhengzhong, LIU Jiliang, MOU Shengyuan, et al. Research on stress calculation method for main beam of plain steel gate in deepwater delivery structure[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(3): 170-176. (in Chinese))
- [11] 刘计良,王正中,韩彦宝,等.均布荷载作用下工字形截面单跨超静定深梁应力计算方法研究[J].工程力学,2010,27(3):174-179.(LIU Jiliang, WANG Zhengzhong, HAN Yanbao, et al. Study on stress calculation method for hyperstatic deep beams with single span and I section subjected to uniform load[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(3): 174-179. (in Chinese))
- [12] 李尧臣.梁的弯曲正应力的材料力学方法修正[J].力学与实践,2006,28(2):73-74.(LI Yaochen. A correctional beam bending normal stress of the material mechanics method[J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28 (2): 73-74. (in Chinese))

Analytical solution of positive stress for main beam of deep-hole gate considering effects by warpage and extrusion

CHEN Yingxin¹, WU Siyuan², LI Si³, WANG Zhengzhong¹, WU Shoujun¹

(1. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling 712100, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Thousand Year Design Co., Ltd., Shanghai 201108, China)

Abstract: With the development of the high-head hydropower projects, the application of the deep-hole gates is becoming more and more popular. In this situation, the design of the main beams of the deep-hole gates has already belonged to the range of the deep-beams. If the pure bending theory of slender beams in traditional design is still used, the calculation results will be erroneous. Therefore, it is necessary to give a concise and accurate method for calculating the normal stress of the main beams of the deep-hole gates. In this paper, based on the superposition idea and material mechanics method, considering warpage and longitudinal extrusion effects, a reasonable mechanical calculation model is developed, and the analytical formulae for calculating the positive stress of the I-section deep beam under lateral uniform loads are derived. And the analyses of the relative errors and applicable ranges between the calculated results and the existing calculation methods and numerical simulation under different span-height ratios and flange-web area ratios are carried out. Then the accuracy evaluation of different calculation methods is given with case histories in the practical engineering. The analysis and calculation results show that compared with the existing analytical methods, the calculation results in this paper have higher accuracy and wider application, and can provide a technical reference for the design of the deep-beam structures.

Key words: deep beam; I-section; warpage; extrusion; uniform load