DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640X.2017.04.015

何玲丽, 田东方. 考虑径流补给的滑坡渗流三维有限元模拟[J]. 水利水运工程学报, 2017(4): 105-111. (HE Lingli, TIAN Dongfang. 3D FEM numerical simulation of infiltration of landslide considering runoff[J]. Hydro-Science and Engineering, 2017(4): 105-111. (in Chinese))

考虑径流补给的滑坡渗流三维有限元模拟

何玲丽, 田东方

(三峡大学 水利与环境学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 现有数值模拟方法在模拟边坡降雨入渗时通常不能考虑径流流量补给对滑体渗流的影响, 当滑床和滑带的渗透性相对于滑体极低时, 会出现低估降雨入渗量、高估滑坡稳定性的现象。以 Richards 方程、运动波方程和有限元法为基础, 提出了一种降雨时滑坡渗流数值模拟方法。该方法忽略滑床和滑带的渗流而只考虑滑体渗流过程, 从而减小计算规模, 也避免了因滑体与滑床(滑带)渗透性差异过大引起的数值计算困难; 依据地形和滑体降雨入渗边界饱和情况, 修正降雨入渗边界类型和流量, 实现了考虑径流流量补给的滑坡降雨入渗简化数值模拟。对简单土质边坡降雨入渗进行数值模拟, 从水量平衡与边坡渗流场两个角度, 对比了考虑和不考虑径流流量补给的差别; 结果表明, 考虑径流流量补给时才能保证计算结果水量平衡, 正确反映降雨入渗对基质吸力大幅降低的作用。

关键词: 边坡稳定性; 降雨入渗; 径流流量补给; 有限元; 数值模拟

中图分类号: TU413.6⁺2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2017)04-0105-07

降雨条件下滑坡渗流模拟是其稳定性评价的基础, 具有重要意义。对于土质滑坡, 目前可采用有限元法求解 Richards 方程^[1]来获取滑坡非饱和渗流过程, 其中关键问题之一是降雨入渗边界的处理。典型的强降雨入渗过程可概述为: 降雨初期, 由于坡表土体含水量低, 入渗能力大于雨强, 雨水全部入渗; 随着降雨的进行, 坡表含水量逐渐增大而入渗能力逐步减小, 坡表最终饱和; 坡表饱和后, 雨水不能全部入渗而产生径流。

现有数值模拟方法中, 在坡表饱和之前, 降雨入渗边界的处理方式大致相同, 即将其视为流量边界, 流量大小等于雨强; 而坡表饱和之后, 处理方式可分为两类。第1类方法忽略坡面径流, 将降雨入渗边界视为水头边界, 水头值等于地面高程^[2-6]; 第2类方法考虑坡面径流, 如采用运动波方程描述坡面径流。后者根据求解方式的不同, 又可细分为2种方法: 一种是采用迭代方法求解坡体渗流、坡面径流两场, 其思路是先假定一个交换流量再分别求解两场, 然后根据计算结果重新确定新的交换流量并分别作为两场边界, 以边坡表面水深相等为依据进行迭代计算直到交换流量达到稳定值^[7-12], 这种方法可称之为迭代求解模型; 另一种是将坡面看作渗流和径流两场的内部区域, 从而避免求解交换流量, 将渗流和径流两场统一求解, 这种方法可称为联合求解或整体求解模型^[13-15]。

文献[16]详细讨论了径流对入渗的影响, 指出上述方法在考虑径流流量补给对滑体渗流影响时存在一定不足(后文将这种影响称为径流补给), 并提出了一种简化的二维有限元模拟方法弥补该不足。然而, 产汇流受地形影响较大, 特别是三维地形, 而二维模型无法真实反映该过程。因此, 在文献[16]基本思想的基础上开展进一步研究, 提出了考虑径流补给的滑坡降雨入渗三维数值模拟方法。

收稿日期: 2016-09-01

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目(41302275)

作者简介: 何玲丽(1981—), 女, 湖北宜昌人, 实验师, 学士, 主要从事水力学试验教学研究。

E-mail: 653257099@qq.com 通信作者: 田东方(E-mail: tdf_2005@163.com)

1 基本理论

采用 Richards 方程描述滑体非饱和渗流。借助运动波方程确定径流对滑体入渗的补给流量。下面介绍相关基本理论。

1.1 Richards 方程及其有限元格式

Richards^[1]将 Darcy 定律推广应用到非饱和渗流,开创了非饱和渗流的研究。水相流所满足的控制方程随之建立起来,即 Richards 方程:

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial H}{\partial z} \right) \quad (1)$$

式中: $C = \partial\theta/\partial\phi$ [L^{-1}]; θ 为体积含水率; H 为水头 [L]; $H = z + \phi$, z 为位置势 [L], 非饱和时 ϕ 为基质吸力 [L], 饱和时 ϕ 为压力水头 [L]; t 为时间 [T]; K_x, K_y, K_z 为 x, y, z 方向的渗透系数 [L/T], 通常写为含水率或基质吸力的函数。

初始条件为: $H(x, y, z, 0) = H_0(x, y, z)$ 。简便起见, 只考虑降雨入渗边界 S :

$$\text{未饱和时: } k_x \frac{\partial H}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial H}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial H}{\partial z} n_z = R$$

饱和时: $H = z$

其中: n_x, n_y, n_z 分别为降雨入渗边界内法线方向; R 为降雨强度 [L/T]。

采用 Galerkin 加权余量法, 可建立 Richards 方程的有限元格式:

$$DH + S \frac{\partial H}{\partial t} = P \quad (2)$$

式中: D, S, P 由相应单元矩阵 D^e, S^e, P^e 集成而得。各单元矩阵的元素分别为: $d_{ij} = \iint B_i^T K B_j d\Omega$, K 为渗透张量, $B_i = [\partial N_i/\partial x, \partial N_i/\partial y, \partial N_i/\partial z]$, N_i 为形函数; $s_{ij} = \iint C N_i N_j d\Omega$; $p_i = \int N_i N_j R dS$ 。

1.2 运动波方程

由于运动波理论在大多数情况下可以很好地描述坡面流运动过程, 且计算简单, 因此仍采用运动波方程进行近似模拟^[17-18], 其二维格式为:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = q_e \\ q_x = \frac{1}{n} h^{\frac{5}{3}} \frac{S_x^{1/2}}{(1 + (S_y/S_x)^2)^{1/4}} \\ q_y = \frac{1}{n} h^{\frac{5}{3}} \frac{S_y^{1/2}}{(1 + (S_x/S_y)^2)^{1/4}} \end{cases} \quad (3)$$

式中: q_x, q_y 分别为 x, y 方向的单宽流量 [L^2]; h 为水深 [L]; q_e 为垂直净降雨强度 [L/T]; S_x, S_y 分别为 x, y 方向的坡度; n 为 Manning 糙率 [$T L^{-1/3}$]。

2 新数值模拟方法的构建

2.1 分析模型的简化

通常情况下, 滑坡渗流计算域应取自分水岭至滑坡前缘包括滑体、滑带以及滑床等区域。当滑床和滑带渗透性较小时, 降雨对滑床和滑带渗流场影响很小; 同时滑床和滑带与滑体间流量交换也将很小。故渗流计算域只取滑体即可。这样处理不但可减小计算规模和便于三维建模, 而且也可避免因滑体与滑床(滑带)渗透系数相差过大带来数值求解上的困难。

2.2 径流补给量的确定

经简化后,计算边界如图1所示(以剖面示意),其中 BDC 为降雨入渗边界, BEC 为不透水边界。

进行滑体渗流数值模拟之前,将自分水岭起至滑体边界终的滑床表面进行网格划分,如图2所示的四边形曲面网格。

所建新方法不考虑径流过程,只考虑径流流量的传递。由于忽略滑床渗透性,降雨至其中任意一个四边形单元后,将受地形影响向周围单元径流,直至进入滑体。如图3所示,假设单位雨强单位时间内,单元I有降雨量 $Q_R = A [L^3]$ 向单元II补给 $Q_{II} [L^3]$ 和向单元III补给 $Q_{III} [L^3]$,其中 A 为单元I水平投影面积 $[L^2]$ 。则 Q_{II} 和 Q_{III} 确定方法如下:

图1 渗流边界剖面

Fig. 1 Diagram of profile for seepage simulation

图2 径流补给区网格(水平投影)

Fig. 2 Plane meshes of runoff

图3 降雨水量补给量确定

Fig. 3 Precipitation supplement of one element

设单元I内 x, y 方向的单宽流量为 $q_x [L^2]$ 和 $q_y [L^2]$,边85和边54的长度分别为 $L_{85} [L]$ 和 $L_{54} [L]$,外法线方向用向量表示为 $n_{85} : (n_{85}^x, n_{85}^y)$ 和 $n_{54} : (n_{54}^x, n_{54}^y)$,则,

$$Q_{II} = (q_x n_{85}^x + q_y n_{85}^y) L_{85} \tag{4(a)}$$

$$Q_{III} = (q_x n_{54}^x + q_y n_{54}^y) L_{54} \tag{4(b)}$$

$$A = Q_{II} + Q_{III} \tag{5}$$

根据式(3), $q_x/q_y = s_x/s_y$, 写为: $q_x = (q_s, 0), q_y = (0, q_s)$ (6)

式中: s_x, s_y 分别为单元形心处的 x, y 方向坡度。如果 $q_x \cdot n_{85} < 0$,则表示III向I补给,反之则表示I向III补给。为方便,这里假定I向II和III补给。将式(6)代入式(4)并结合式(5)可得:

$$q = A / [(s_x n_{85}^x + s_y n_{85}^y) L_{85} + (s_x n_{54}^x + s_y n_{54}^y) L_{54}]$$

将 q 代回式(4),可得单元I向单元II和III的补给量。若单元I通过1条、3条或4条边向周边补给,其补给量可类似得到。

当所有单元向周围补给量确定后,可以形成树(数据结构的一种)。每个单元看做节点,父节点为向其补给的单元;子节点为受其补给的单元;补给量随同存储。可将该树先转为二叉树,然后确定每个节点向滑体的补给路径和补给量,进而确定滑体边界上受到的径流补给分布,如图4所示。关于二叉树路径遍历问题是常见算法,此处不再叙述。

2.3 降雨边界流量的修正

在三维渗流分析中,计算域被剖分为八节点六面体网格,采用等参单元;降雨边界被剖分为四边形网格。根据2.2节方法确定径流补给在滑体边界上的分布规律后,即可对降雨边界流量进行修正。如图4中的单元I,给定雨强后,除降雨流量外,该单元边界流量还有来自 AB 边的径流补给量。

计算过程中,滑体降雨边界中的四边形也可能出现饱和情况(即4个节点水深均大于0)。此时,将该单

图4 基岩径流补给分布平面

Fig. 4 Runoff supply distribution on slide mass boundary

元4个节点视为水头边界,如水头值等于地表高程;同时按照2.2节方法,确定该单元向周边单元的流量补给,该单元所能提供的补给量等于其他饱和单元对其的径流补给量加上该单元降雨量减去该单元入渗量。入渗量由所求渗流场通过式(2)反算节点流量确定。

3 数值算例

本算例通过模拟所得的入渗总量和渗流场来说明考虑径流补给的必要性。如图5所示,六面体 $BEFCGHIJ$ 为计算域,可代表滑体区域; $ABCD$ 为径流补给区域,可代表滑床表面;所建有限元网格节点数242,单元数100。 $BEFC$ 为降雨边界,持续10h, $ABCD$ 有相同降雨;其他为不透水边界。初始体积含水率0.1。表1为土体的土水特征曲线及渗透性函数数据。

表1 土体 SWCC 与渗透性函数

Tab. 1 SWCC and permeability function of soil mass

θ	0.028	0.062	0.085	0.116	θ	0.178	0.265	0.306	0.350
h/cm	200	100	80	60	h/cm	40	20	10	0
k_r	0.001	0.0085	0.010	0.018	k_r	0.050	0.886	0.995	1.000

注: θ 为体积含水率; h 为基质吸力; k_r 为相对渗透系数。

$$\text{降雨量与时间关系用 } R_c(t) \text{ 表示: } R_c(t) = 50Rt \quad (7(a))$$

入渗总量与时间关系用 Q_{M1} 或 Q_{M2} 表示,分别由下式计算:

$$Q_{M1}(t) = \sum_{i=1}^n \int_{ei} (\theta_{M1}(t) - \theta_0) dV \quad (7(b))$$

$$Q_{M2}(t) = \sum_{i=1}^n \int_{ei} (\theta_{M2}(t) - \theta_0) dV \quad (7(c))$$

式中: n 为单元总数,下标 M1 表示所建新方法计算结果,即考虑径流补给;M2 表示第1类方法计算结果,即不考虑径流补给;采用高斯积分计算。

曲线 $D1$ 和 $D2$ 代表两种方法所得入渗总量与降雨量之差的百分比,分别由下式计算:

$$D_1(t) = [Q_{M1}(t) - Q_R(t)] \times 100/Q_R(t) \quad (7(d))$$

$$D_2(t) = [Q_{M2}(t) - Q_R(t)] \times 100/Q_R(t) \quad (7(e))$$

模拟时采用的雨强 R 和饱和渗透系数 k_s 见表2。图6给出了由式(4)~(7)计算所得的曲线,图中雨强后括号中的数字表示换算成 mm/d 后的大小,如 $R=2.89 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$ 等于 $R=25 \text{ mm/d}$ 。图6(a)表示刚开始降雨量(包括 $ABCD$ 段的降雨)全部渗入 $BCFE$ 段,降雨量和入渗量之差几乎为0。7.5 h 后,边坡完全饱和, $ABCD$ 段边坡的径流无法渗入滑体,对应总入渗量为 311.3 cm^3 ,与边坡 $BCFE$ 总孔隙体积($25 \times 50 \times 0.25 \times 1 = 312.5 \text{ cm}^3$) 几乎相同,表明计算结果正确;此后因降雨量随时间增大而入渗量保持为常量,故降雨量和入渗量之差开始增大。图6(b)所示当边坡未饱和时,径流补给全部渗入 $BCFE$ 段边坡;若不考虑径流补给,则所得入渗量与降雨量差1倍。

图5 算例的几何尺寸及网格(单位:cm)

Fig. 5 Geometry sizes and meshes of an example (unit: cm)

表2 雨强和饱和渗透系数

Tab. 2 Values of R and k_s

序号	雨强 $R/$ ($10^{-5} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	饱和渗透系数 $k_s/$ ($10^{-5} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	R/k_s	序号	雨强 $R/$ ($10^{-5} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	饱和渗透系数 $k_s/$ ($10^{-5} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	R/k_s
1	2.894	72.2	0.04	5	2.894	7.22	0.4
2	5.787	72.2	0.08	6	5.787	7.22	0.8
3	11.574	72.2	0.16	7	11.574	7.22	1.6
4	23.148	72.2	0.32	8	23.148	7.22	3.2

当 $k_s = 7.22 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$ 时, 由于此时土体渗透性小, 而雨强相对较大(如 $23.15 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$) 时, 则两种方法区别不大, 如图 6(c) 所示。因为即便有径流补给, 但土体入渗能力有限, 坡表很快饱和, 再多雨水也无法入渗。

图6 各统计曲线

Fig. 6 Statistical curves

图7为10 h时刻两种方法所得压力水头等值线对比。可见, 考虑流量补给后, 土体基质吸力降低更多, 径流对入渗补给效果明显, 意味着土体强度降低更多。特别是当雨强较大时(图7(b)), 若考虑径流补给则边坡早在7.5 h时就已完全饱和。当雨强相对渗透系数较大时, 则两种方法区别不大(图7(c)), 原因同前。

图7 压力水头等值线对比(单位: cm)

Fig. 7 Comparison of pressure head contours (unit: cm)

已有方法在模拟边坡降雨入渗时, 出现坡面径流(或超渗产流)后将坡面水深近似为0处理; 忽略坡面

水深同时,也忽略了径流对入渗的流量补给。所建新方法虽然也将坡面水深近似为0处理,但是对非产流边界(未饱和和坡表)的流量进行了修正,从而可以考虑径流对入渗的补给。

4 结 语

基于 Richards 方程、运动波方程和有限单元法,提出了一种简化的考虑径流流量补给的滑坡降雨入渗三维数值模拟方法。该方法根据地形和降雨强度确定径流的补给流量;根据入渗边界是否饱和确定边界类型:如果饱和,则边界类型视为定水头边界(水深为0);如果非饱和,则边界类型视为流量边界且根据径流补给流量修正边界流量大小。从而考虑了径流补给对滑体入渗的影响。

简单边坡降雨入渗的算例表明,径流流量补给对边坡入渗过程影响较大。考虑径流流量补给时才能保证计算结果水量平衡,正确反映降雨入渗大幅降低基质吸力的作用。

参 考 文 献:

- [1] RICHARDS L A. Capillary conduction of liquids in porous mediums[J]. *Physics*, 1931, 1: 318-333.
- [2] TSAI T L, YANG J C. Modeling of rainfall-triggered shallow landslide[J]. *Environ Geol*, 2006, 50: 525-534.
- [3] 娄一青. 降雨条件下边坡渗流及稳定有限元分析[J]. *水利学报*, 2007(增刊1): 346-351. (LOU Yiqing. Finite element analysis of slope seepage and stability due to rainfall infiltration[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2007(Suppl1): 346-351. (in Chinese))
- [4] 李萍, 张琦, 陈小念. 降雨条件下饱和-非饱和土坡的渗流分析[J]. *兰州理工大学学报*, 2007, 33(6): 115-118. (LI Ping, ZHANG Qi, CHEN Xiaonian. Seepage analysis of saturated-unsaturated slope under rainfall[J]. *Journal of Lanzhou University of Technology*, 2007, 33(6): 115-118. (in Chinese))
- [5] 沈银斌, 朱大勇, 蒋泽锋, 等. 降雨过程中边坡临界滑动场[J]. *岩土力学*, 2013, 34(增刊1): 60-66. (SHEN Yinbin, ZHU Dayong, JIANG Zefeng, et al. Critical slip field of slope in process of rainfall infiltration[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(Suppl1): 60-66. (in Chinese))
- [6] 唐栋, 李典庆, 周创兵, 等. 考虑前期降雨过程的边坡稳定性分析[J]. *岩土力学*, 2013, 34(11): 3239-3248. (TANG Dong, LI Dianqing, ZHOU Chuangbing, et al. Slope stability analysis considering antecedent rainfall process[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(11): 3239-3248. (in Chinese))
- [7] 张培文, 刘德富, 郑宏, 等. 降雨条件下坡面径流和入渗耦合的数值模拟[J]. *岩土力学*, 2004, 25(1): 109-113. (ZHANG Peiwen, LIU Defu, ZHENG Hong, et al. Coupling numerical simulation of slope runoff and infiltration under rainfall conditions[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 25(1): 109-113. (in Chinese))
- [8] MORITA M, YEN B C. Modelling of conjunctive two-dimensional surface three-dimensional subsurface flows[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, 128(2): 184-200.
- [9] HUSSEIN M, SCHWARTZ F W. Modelling of flow and contaminant transport in coupled stream-aquifer systems[J]. *Journal of Contaminant Hydrology*, 2003, 65(1/2): 41-64.
- [10] PRUDIC D E, KONIKOW L F, BANTA E R. A new stream-flow routing (SFR1) package to simulate stream-aquifer interaction with Modflow-2000[R]. United States Geological Survey, Open File Report 2004-1042.
- [11] LIANG D, FALCONER R A, LIN B. Coupling surface and subsurface flows in a depth averaged flood wave model[J]. *Journal of Hydrology*, 2007, 337(1-2): 147-158.
- [12] SPANOUDAKI K, STAMOU A I, NANOI-GIANNAROU A. Development and verification of a 3-D integrated surface water-groundwater model[J]. *Journal of Hydrology*, 2009, 375(3-4): 410-427.
- [13] KOLLET S J, MAXWELL R M. Integrated surface-groundwater flow modeling: a free-surface overland flow boundary condition in a parallel groundwater flow model[J]. *Advances in Water Resources*, 2006, 29(7): 945-958.
- [14] 童富果, 田斌, 刘德富. 改进的斜坡降雨入渗与坡面径流耦合算法研究[J]. *岩土力学*, 2008, 29(4): 1035-1040. (TONG Fuguo, TIAN Bin, LIU Defu. A coupling analysis of slope runoff and infiltration under rainfall[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 29(4): 1035-1040. (in Chinese))
- [15] TIAN D, LIU D. A new integrated surface and subsurface flows model and its verification[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(7): 3574-3586.

- [16] 田东方, 郑宏, 刘德富. 考虑径流影响的滑坡降雨入渗二维有限元模拟及应用[J]. 岩土力学, 2016, 37(4): 1179-1186. (TIAN Dongfang, ZHENG Hong, LIU Defu. 2D FEM numerical simulation of rainfall infiltration for landslide with considering runoff effect and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(4): 1179-1186. (in Chinese))
- [17] WOOLHISER D A, LIGGET J A. Unsteady, one-dimensional flow over a plane-the rising hydrograph[J]. Water Resources Research, 1967, 3(3): 753-771.
- [18] 李占斌, 鲁克新. 透水坡面降雨径流过程的运动波近似解析解[J]. 水利学报, 2003(6): 8-13, 21. (LI Zhanbin, LU Kexin. Approximate analytical solution of rainfall runoff process on permeable slope[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(6): 8-13, 21. (in Chinese))

3D FEM numerical simulation of infiltration of landslide considering runoff

HE Lingli, TIAN Dongfang

(College of Hydraulic & Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: When the permeability of landslide bed and landslide zone is very low relatively to the sliding mass, the influences of the runoff from upper slope would not be considered by existing methods in the numerical simulation of rainfall infiltration, so that the feed of precipitation infiltration is underestimated, hence the stability of landslide is overestimated. In this paper, based on Richards's equation, the kinematic wave equation and FEM, a 3D simplified numerical method considering the runoff under the rainfall condition is proposed. In the new method, the calculation domain only contains the sliding mass, to decrease the computational scale and to avoid computational difficulty caused by a significant difference of permeability between the landslide bed (and slide zone) and sliding mass. And what's more, the rainfall boundaries are corrected according to the terrain and net rainfall including not only fluxes but also types (head boundary and flux boundary). The new method is suitable for numerical simulation of the landslide infiltration when the permeability of the landslide bed and landslide zone is very low relatively to the sliding mass, and it can consider the influences of water supply from the runoff to the infiltration of the sliding mass. In order to show the necessity in considering the water supply and the validation of the new method, the infiltration process of a simple soil slope is simulated by the new method and an existing method. The comparisons are made in the aspects of water balance and slope seepage field. The simulated results show that the calculation results, the water balance and the effects of rainfall infiltration on the matric suction can be guaranteed when the runoff supplement is taken into account.

Key words: slope stability; rainfall infiltration; runoff supplement; FEM; numerical simulation