第1期	
2017年2	月

DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640X.2017.01.014

胡彬,水庆象,王大国. 不等直径串列圆柱绕流大涡模拟[J]. 水利水运工程学报, 2017(1): 103-110. (HU Bin, SHUI Qingxiang, WANG Daguo. Large eddy simulation of flow past two tandem cylinders with different diameters[J]. Hydro-Science and Engineering, 2017(1): 103-110. (in Chinese))

不等直径串列圆柱绕流大涡模拟

胡 彬,水庆象,王大国

(西南科技大学 环境与资源学院,四川 绵阳 621010)

摘要:为研究背负式海底管线中增设的小直径附属管线对主管线的水动力影响,将大涡模拟中经典 Smagorinsky 亚格子模型与特征线算子分裂有限元法结合,并引入出口对流边界条件,完善了基于特征线算子分 裂有限元的大涡模拟方法。通过自编程序数值模拟 *Re* = 1 000 的单圆柱绕流,计算结果与相关文献吻合较好, 验证了该算法计算圆柱绕流的有效性,并分析了 *Re* = 1 000 时不同直径比、间距比情况下的串列双圆柱绕流,根 据流场的不同涡脱落形态及两圆柱平均阻力系数、升力系数随直径比、间距比变化的规律得到了不同直径比条 件下的临界间距范围。达到临界间距后,流场由单一涡脱落状态转变为双涡旋脱落状态。最后分析了两圆柱 平均阻力系数及升力系数在临界间距后急剧增加的原因,为背负式海底管线的布局优化提供了理论依据。

关 键 词:大涡模拟;特征线算子分裂有限元;不等直径;串列;临界间距 **中图分类号:**TV131 **文献标志码:**A **文章编号:**1009-640X(2017)01-0103-08

随着石油、天然气的开采逐渐走向深海,在主管线附近铺设小直径附属管线的背负式管线^[1]在深海油 田开发中显得日益重要。在背负式管线中,由于小直径附属管线的增设,主管线附近流场会发生较大变化, 这种变化对主管线的受力、尾流结构及涡脱频率等都将产生影响。因此,对不等直径串列双圆柱绕流的水动 力研究具有一定的工程意义及应用价值。

研究不等直径串列圆柱绕流的方法主要有试验方法和数值模拟方法。Alam & Zhou^[2]通过物理试验研 究了大圆直径 *D*=25 mm,小圆直径 *d*=(0.24~1.00)*D*,两圆柱中心间距 *L*=5.5*d* 的双圆柱绕流。结果表明: 当 *d*/*D* 减小时,小圆柱的斯特劳哈尔数 *Sr* 变小,而大圆柱的 *Sr* 数和平均阻力系数增大,升力系数减小。 Zhao 等^[3]用数值模拟方法研究了直径比 *d*/*D*=0.25,*L*≤1.175*D* 的双圆柱绕流,结果表明其尾流结构均为单 一涡脱落形态。Zhao 等^[4]进一步数值模拟了 *Re* = 50 000,*d*/*D*=0.5,*L*≤1.15*D* 的双圆柱绕流,结果表明涡 脱落形态仍为单一形态。Gao 等^[1]数值模拟了 *Re*=300 时不等直径串列双圆柱绕流,发现在不同间距条件 下出现了单一涡脱落和双涡旋脱落两种尾流形态。于定勇等^[5]数值模拟 *Re* = 200 时不同直径比、间距比情 况下的串列双圆柱绕流,分析了不同直径比及间距比对涡脱落形态、圆柱受力等的影响。

数值模拟方法研究不等直径串列圆柱绕流的关键是求解 Navier-Stokes(N-S)方程及其湍流模型,其中大 涡模拟方法具有较高的计算精度和较少的计算量逐渐成为数值研究复杂湍流问题的重要方法^[6]。由于有 限元法具有良好的几何边界和边界条件适应性,而被广泛用于 Navier-Stokes(N-S)方程及其湍流模型的求 解。但经典的 Garlerkin 有限元法在处理流体对流占优问题上容易出现数值振荡^[7]。为克服该困难,近年来 发展了多种有限元法,如 Streamline Upwing Petrov-Garlerkin (SUPG)法^[8]、Taylor-Garlerkin 法^[9]、特征线-

- 收稿日期: 2016-01-25
- **基金项目**:国家自然科学基金资助项目(41372301);四川省教育厅科研项目(16CZ0013,15ZB0124);绵阳市科技计划资 助项目(14S-02-6);西南科技大学研究生创新基金资助项目(14ycx0039)
- **作者简介:** 胡 彬(1989—),女,四川资阳人,硕士研究生,主要从事计算流体力学的研究。E-mail: hu_bin180@163.com 通信作者:王大国(E-mail: dan_wangguo@163.com)

Garlerkin 法^[10]。Wang 等^[11]将 Taylor 展开引入到特征线-Garlerkin 法并结合算子分裂法的优点提出了特征 线算子分裂(Characteristic-Based Operator Splitting, CBOS)有限元法。该方法将 N-S 方程分裂成扩散项和对 流项,对流项采用显式格式,显式格式具有单个时间步计算量小、程序易于实现等优点。

本文将大涡模拟方法与 CBOS 有限元法相结合,数值模拟了 Re=1 000 的单圆柱绕流。研究Re=1 000时 不同直径比、间距比情况下的串列双圆柱绕流,得到不同直径比下的临界间距范围,分析圆柱受力在临界间 距范围急剧增大的原因。

1 数值模型

1.1 大涡模拟控制方程

采用盒式滤波器^[12]对二维非定常无量纲不可压缩流体的 N-S 方程组进行滤波,根据湍流动能生成与耗 散平衡的原则^[13],获得以下方程组:

$$\partial u_i / \partial x_i = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + v_i \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$
(2)

式中:带"-"的变量为过滤后大尺度变量。 $i,j=1,2;(u_1,u_2)=(u,v),u$ 为水平向速度,v为垂向速度;p为压力;t为时间; $(x_1,x_2)=(x,y),x$ 为水平坐标,y为垂向坐标;雷诺数 Re=Ul/v(其中,U)为特征速度,l为特征 长度,v为运动黏性系数)。 v_1 称为亚格子涡黏系数,Smagorinsky^[13]对其做出如下假设

$$\boldsymbol{v}_{t} = \left(c_{s}\Delta\right)^{2} \sqrt{\frac{\partial \bar{u}_{i}}{\partial x_{j}}} \left(\frac{\partial \bar{u}_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \bar{u}_{j}}{\partial x_{i}}\right)$$
(3)

式中: c_s为 Smagorinsky 系数, 一般取 0.1~0.2 时可获得较好的计算结果, 本文取 0.1; Δ 为网格过滤尺度。 下面的推导过程为求书写简便, 略去上横杠"-"。

1.2 CBOS 有限元法

在每一个时间步内,采用算子分裂法将控制方程(1)和(2)分裂成扩散项和对流项:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial t} - \left(\frac{1}{Re} + v_i\right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u^{n+\theta}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{n+\theta}}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_i} = 0 \end{cases}$$
(4)

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial t} + u_j^{n+1} \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0$$
(5)

式中: $u_i^{n+\theta}$ 为扩散方程(4)在n+1时刻的解,同时也是对流项方程(5)在n+1时刻的初值; u_i^{n+1} 为对流项在n+1时刻的解,同时也是控制方程式(1)和(2)在n+1时刻的解。

式(4)和(5)应用 CBOS 有限元法^[11],可得如下时间离散形式:

$$\begin{cases} \frac{u_i^{n+\theta} - u_i^n}{\Delta t} - \left(\frac{1}{Re} + v_i\right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{n+\theta}}{\partial x_i}\right) = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \\ \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_i} = 0 \end{cases}$$
(6)

$$u_i^{n+1} - u_i^{n+\theta} = -\Delta t u_j^{n+\theta} \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_j} + \frac{\Delta t^2}{2} u_k^{n+\theta} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(u_j^{n+\theta} \frac{\partial u_i^{n+\theta}}{\partial x_j} \right)$$
(7)

式(7)为对流项(5)沿特征线显式时间离散所得。

对式(6)和(7)采用标准 Galerkin 加权余量有限元法进行空间离散。基于 CBOS 有限元的大涡模拟方法 求解过程为:①以 n 时刻的速度场 u_i^n 作为初值,求解方程(3),得到 n + 1 时刻的亚格子涡黏系数 v_i ;②以 n时刻的速度场 u_i^n ,压力场 p^n 作为初值,求解扩散方程(4),得到 n + 1 时刻速度场的过渡值 $u_i^{n+\theta}$ 和压力值 p^{n+1} ;③以 $u_i^{n+\theta}$ 作为初值,求解对流方程(5),得到n+1时刻速度场 u_i^{n+1} ,完成n+1时刻的求解;④转到下一步,重复步骤①~③。

如图 1 所示,计算域依左中右及上中下划分为 9 个 区域,由于圆柱附近速度、压力等梯度大,对沿柱体径向 及围绕柱体四周的网格进行加密,故每个区域的网格尺 度各不相同。整个计算域划分为 3 238 个 9 节点四边形 单元,共有 13 212 个节点数,其中圆柱表面分布 44 个网 格,88 个节点。

2 模型验证

2.1 模型布置

计算域尺度在主流方向上取为21D,其中圆柱上游分 配 5D,横向尺寸为16D,圆柱直径 D=0.1 为特征长度;入 口处指定沿水平方向的均匀来流 U=1 为特征速度,垂向 速度 V=0, Re = 1 000 。为保证圆柱后方涡旋能够顺利通 过出口边界,出口处为对流边界 ∂u_i/∂t + ∂u_i/∂x = 0,指定 右上角和右下角相对压力 p=0;侧壁采用可滑移边界条 -件;圆柱表面为不可滑移边界条件。

2.2 特征参数

表1列出了计算的平均阻力系数 \tilde{C}_{d} ,升力系数 C_{L}^{4} 及 斯特劳哈尔数 Sr 与已有文献结果的比较。由表1可见, 计算结果与文献结果接近,验证了该模型计算圆柱绕流



图 1 Re=1 000时单圆柱绕流计算区域网格划分

Fig. 1 Computation grids of flow past a single cylinder at Re = 1 000

表1 计算的 C_d , C_L^A 及 Sr 与其他文献数据的比较

Tab. 1 Comparison between calculated results with data given by other references at Re = 1000

计算结果	$\overline{C}_{ m d}$	$C^A_{ m L}$	Sr
本文	1.57	1.275	0. 226
Hu and Koterayama ^[14]	1.45	—	0. 220
Jester and Kallinderis ^[15]	1.51	1.40	0.250
Mittal et al ^[16]	1.53	1.37	0. 245

的有效性。图2展示了1个周期内5个典型时刻的流线图,从图中可以看出,涡旋交替从圆柱后方产生、发展并脱落,形成卡门涡街。





Fig. 2 Streamline of flow past a single cyliner during a cycle at Re = 1000

3 不等直径串列双圆柱绕流分析

3.1 模型布置

图 3(a)给出了串列双圆柱绕流计算域:上游圆柱直径 *D*=0.1 为特征长度,*d* 为下游圆柱直径。流场入口距上游圆柱中心 5*D*,出口距下游圆柱中心 16*D*,横向尺寸为 16*D*,两圆柱中心间距为 *L*。取入口处水平方向的均匀来流 *U*=1 为特征速度,垂向速度 *V*=0, *Re*=1 000,指定右上角和右下角相对压力 *p*=0;出口处为对流边界 $\partial u_i/\partial t + \partial u_i/\partial x = 0$;侧壁采用可滑移边界条件;两圆柱表面为不可滑移边界条件。

计算了 *d*/*D*=0.2,0.4,0.6,0.8,*L*/*D*=1.75,1.8,1.9,2.0,2.1,2.2,2.25,2.5 共计 32 种工况。图 3(b) 给出了 *d*/*D*=0.2,*L*/*D*=1.75 时局部网格划分情况,计算域依左中右及上中下划分为 12 个区域,对柱体径向 及围绕柱体四周的网格进行加密,每个区域的网格尺度各不相同。整个计算域划分为 4 604 个 9 节点四边

形单元,共有18717个节点数,其中两圆柱表面均分布40个网格,80个节点。





3.2 尾流形态

分别计算了直径比 d/D 为 0. 2,0. 4,0. 6,0. 8 时在不同间距比下的涡量等值线分布,为节约版面,只给出 d/D=0. 2 和 d/D=0. 6 时的涡量等值线分布(见图 4 和图 5),计算结果表明,d/D=0. 2 时, L/D ≤ 1. 8 时上 游大直径圆柱分离的剪切层附着在下游小直径圆柱表面,涡旋脱落仅发生在下游圆柱后方,呈现单一涡脱 落,涡脱落位置离下游圆柱较远;当 L/D ≥ 1.9 时,上游大圆柱及下游小圆柱均产生涡旋脱落,呈现双涡旋脱 落形态,涡脱落位置较 L/D ≤ 1.8 时更靠近下游圆柱。当 d/D=0.4,0.6,0.8 时, L/D ≤ 2.1 时上游圆柱后 方无涡脱落呈现单一涡脱落形态; L/D ≥ 2.2 时呈现出双涡旋脱落流态。L/D ≥ 2.2 时涡脱落位置离下游圆 柱距离大于 L/D ≤ 2.1 时的距离。



Fig. 4 Vorticity contours with different spaces when d/D=0.2



图 5 d/D=0.6时不同间距比下的涡量等值线

Fig. 5 Vorticity contours with different spaces when d/D=0.6

3.3 平均阻力系数及升力系数幅值

图 6 和 7 分别给出了在不同 d/D 情况下上、下游圆柱平均阻力系数及升力系数随 L/D 的变化曲线。由 图可知,d/D=0.2 时,上、下游圆柱平均阻力系数及升力系数在 L/D=1.8~1.9 时急剧增大;d/D=0.4,0.6, 0.8 时,在 L/D=2.1~2.2 急剧增大。结合图 4~5 流场尾流结构表明:d/D=0.2 时临界间距范围为 1.8D~ 1.9D;d/D=0.4,0.6,0.8 时其临界间距范围为 2.1D~2.2D。



图 6 上游圆柱升、阻力系数随 L/D 的变化曲线





Fig. 7 Lift and drag coefficients of lower cylinder under different L/D

3.4 平均阻力系数及升力系数急剧变化原因分析

图 8 和 9 分别给出了 d/D=0.2, 0.4 时在临界间距区间约 1 个周期内不同时刻的压力分布云图。从图 8(a)和 9(a)可以看出:两圆柱间隙处压力较稳定,上游圆柱上、下表面压力接近,故其升力系数比单圆柱绕 流小很多。同时间隙处压力低于下游圆柱近尾流区,故下游圆柱平均阻力系数为负值。由于未达到临界间 距,涡脱落位置离下游圆柱较远,对其背流面上、下表面的压力差影响较小,故升力系数较单圆柱偏小。

从图 8(b)和 9(b)可以看出:达到临界间距后,上游圆柱尾流区上下表面交替出现强负压区,表明有涡旋脱落,故上游圆柱平均阻力系数及升力系数值均增大。下游圆柱迎流面压力相对其尾流区压力显著提高,故下游圆柱平均阻力系数均增大。另外,下游圆柱迎流面上表面正压力逐渐增加(减小),下表面负压力则逐渐减小(增加),这对下游圆柱上下表面压力差产生叠加影响,导致下游圆柱升力系数振幅剧增。

d/*D*=0.6,0.8 时上、下游圆柱平均阻力系数及升力系数急剧变化的原因与 *d*/*D*=0.2,0.4 时相近。两圆柱间距达到临界间距后,圆柱周围压力变化导致其平均阻力系数及升力系数增大。



Fig. 9 Pressure distribution in critical spacing range when d/D=0.4

4 结 语

将经典 Smagorinsky 亚格子模型与特征线算子分裂有限元相结合,通过自编程序模拟了 Re = 1 000 的单圆柱绕流,计算结果与现有文献结果吻合较好,验证了本文模型计算圆柱绕流的有效性。研究了 Re = 1 000, d/D=0.2~0.8, L/D=1.75~2.50 的串列双圆柱绕流,得出如下结论:

单一涡脱落形态, L/D ≥ 2.2 时呈现双涡旋脱落形态。
(2) d/D=0.2 时,上、下游圆柱平均阻力系数及升力系数在 L/D=1.8~1.9 时急剧增大;d/D=0.2,0.6,
0.8 时,在 L/D=2.1~2.2 时急剧增大。

因此,对 Re=1 000 的不等直径串列双圆柱绕流:当 d/D=0.2 时,临界间距范围为 1.8D~1.9D;当 d/D=0.4,0.6,0.8 时,其临界间距范围为 2.1D~2.2D。

参考文献:

- [1] GAO Y Y, STEPHONE E, YU D Y, et al. Flow characteristics behind two unequal circular cylinders in tandem arrangement [J]. International Society of Offshore and Polar Engineers, 2010, 1: 1084-1088.
- [2] AlAM M M, ZHOU Y. Strouhal numbers, forces and flow structures around two tandem cylinders of different diameters [J]. Journal of Fluids & Structures, 2008, 24(4): 505-526.
- [3] ZHAO M, CHENG L, TENG B, et al. Numerical simulation of viscous flow past two circular cylinders of different diameters[J]. Applied Ocean Research, 2005, 27(1): 39-55.
- [4] ZHAO M, CHENG L, TENG B, et al. Hydrodynamic forces on dual cylinders of different diameters in steady currents [J]. Journal of Fluids & Structures, 2007, 23(1): 59-83.
- [5] 于定勇,刘洪超,王昌海.不等直径串列双圆柱体绕流的数值模拟[J].中国海洋大学学报(自然科学版),2012,42(7/8):160-165. (YU Dingyong, LIU Hongchao, WANG Changhai. Numerical simulation of viscous flow past two tandem circular cylinders of different diameters[J]. Periodical of Ocean University of China, 2012, 42(7/8): 160-165. (in Chinese))
- [6] MAHESH K, CONSTANTINESCU G, MOIN P. A numerical method for large-eddy simulation in complex geometries [J]. Journal of Computational Physics, 2004, 197(1): 215-240.
- [7] HACHEM E, RIVAUX B, KLOCZKO T, et al. Stabilized finite element method for incompressible flows with high Reynolds number[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(23): 8643-8665.
- [8] BROOKS A N, HUGHES T J R. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, 32(1/3): 199-259.
- [9] SELMIN V, DONWA J, QUARTAPLLE L. Finite element methods for nonlinear advection [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1985, 52(1/3): 817-845.
- [10] ZIENKIEWICZ O C, MORGAN K, SAI B V K, et al. A general algorithm for compressible and incompressible flow-Part II. Tests on the explicit form[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1995, 20(20): 887-913.
- [11] WANG D G, WANG H J, XIONG J H, et al. Characteristic-based operator-splitting finite element method for Navier-Stokes equations[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(8): 2157-2166.
- [12] SAGAUT P. Large eddy simulation for incompressible flows [M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
- [13] DENHAM, M K, BRIARD P, PATRICK M A. A directionally-sensitive laser anemometer for velocity measurements in highly turbulent flows[J]. Journal of Physics E: Scientific Instruments, 2001, 8(8): 681-693.
- [14] HU C, KOTERAYAMA W. Numerical study on a two-dimensional circular cylinder with a rigid and an elastic splitter plate in uniform flow[J]. International Journal of Offshore and Polar Engineering, 1994, 4(3): 193-199.
- [15] JESTER W, KALLINDERIS Y. Numerical study of incompressible flow about fixed cylinder pairs [J]. Journal of Fluids and Structures, 2003, 17(4): 561-577.
- [16] MITTAL S, KUMAR V, RAGHUVANSHI A. Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1997, 25(11): 1315-1344.

Large eddy simulation of flow past two tandem cylinders with different diameters

HU Bin, SHUI Qingxiang, WANG Daguo

(School of Environment and Resources, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

Abstract: In order to study the hydrodynamic interaction influences of the small diameter auxiliary pipelines on the main pipelines linked with the piggybacking subsea transport pipeline, a numerical simulation method for the large eddy is proposed on the basis of the characteristic-based operator-splitting finite element method (CBOS), combining the classical Smagorinsky model with the characteristic-based operator-splitting finite element method, and adopting the outlet convective boundary in the numerical simulation. The flow past around a single circular cylinder at Re = 1000 is simulated by the program, and the calculated results well agree with the results given by the other relative literatures, which has validated the efficiency of the calculation method developed by the authors of this paper in simulating the flow past around the circular cylinder. Studies are carried out on the flow past two cylinders at Re = 1000 under the conditions of different diameter ratios and different spaces in a tandem arrangement of two cylinders and the critical spacing ranges with different diameter ratios are obtained, based on the different vortex shedding forms in the flow field and the change characteristics of the mean lift coefficients and the amplitude of the drag coefficients of the large and small cylinders with different diameter ratios and spacing ratios. The wake flow in the flow field indicates that the fluid structure becomes a two-wake shedding mode instead of a single-wake shedding mode when the gap between the two cylinders is over the critical spacing. In addition, the mean lift coefficients and the amplitude of the drag coefficients of the large and small cylinders both change sharply when the gap is larger than the critical spacing. The analyses of the reasons in the increase of the mean lift coefficients and the amplitude of the drag coefficients of the cylinders are also made when the diameter ratios are equal to 0.2 and 0.4. The research results mentioned above provide a theoretical basis for the layout optimization of the piggybacking propagation subsea pipeline.

Key words: large eddy simulation; CBOS finite element method; different diameters; in tandem; critical spacing