DOI:10.16198/j.cnki.1009-640X.2016.03.009

罗德河,郑东健. 大坝变形的小波分析与 ARMA 预测模型[J]. 水利水运工程学报, 2016(3): 70-75. (LUO De-he, ZHENG Dong-jian. Wavelet analysis and ARMA prediction model for dam deformation [J]. Hydro-Science and Engineering, 2016(3): 70-75.)

# 大坝变形的小波分析与 ARMA 预测模型

# 罗德河、郑东健

(河海大学 水利水电学院,水资源高效利用与工程安全国家工程研究中心,江苏 南京 210098)

**摘要:**大坝变形观测资料可视为非平稳时间序列,从影响大坝变形规律的因素出发,可将其分解为主值函数 项、周期函数项和改进后的平稳时间序列。其中主值函数项采用逐步回归法拟合,针对时效因子采用半经验公 式无法准确拟合实际变化情况,采用小波分析法将序列分解为低频和高频两部分信号,其中低频部分代表时效 等因素影响的变形趋势;高频部分代表水位、温度等影响的变化规律,应用时间序列原理分别建立变形预测 ARMA(*p*,*q*)模型,从而在现有水位、温度观测资料下预测坝体未来的变形趋势。实例计算结果表明,结合小波 分析的时间序列法建立的预测模型,预测精度高于统计回归分析,预测效果良好,可作为一种有效方法应用于 大坝变形预测中。

关键 词:大坝;时间序列分析;小波分析;ARMA模型;回归分析;变形预测

中图分类号: TU413.6<sup>+</sup>2 文献标志码: A 文章编号:1009-640X(2016)03-0070-06

根据现有的大坝观测资料推断其未来变形发展趋势能及时掌握大坝的工作性态,为其正常运行提供重要依据。影响大坝位移的因素复杂,除了水位外,还有温度、渗流、施工、地基、周围环境以及时效等<sup>[1]</sup>。对于复杂随机性因子的影响,可利用时间序列法进行分析。时间序列分析是采用参数模型对观测得到的有序随机数据进行分析的一种动态处理方法,借助 Matlab 工具箱函数可以方便实现系统的时间序列分析<sup>[2]</sup>。由于该方法只以系统输出数据为基础对系统进行研究,对于许多难以确定因果关系的系统而言,是一种理想的分析方法和途径<sup>[3]</sup>。对不同时效因子集的选取进行回归分析时,可能会出现"超拟合"与"欠拟合"现象<sup>[4]</sup>。本文利用小波分析提取低频和高频两部分信号<sup>[5-6]</sup>,对高频部分差分平稳化处理并进行预测;对低频部分应用逐步回归法和谱分析法提取确定性因子,建立测值序列的主值函数和周期项,通过对扣除主值函数值和周期项的实测数据时间序列进行平稳性检验,建立 ARMA 模型,然后综合主值函数、周期函数和 ARMA 模型实现大坝变形预测。

1 小波分析法分离序列不同频率

大坝变形观测资料受周期性变化的水位、温度及非周期性时效、不确定性因素影响,因而可将变形时序 看成由不同频率组成的数字信号。小波分析信号属于时频分析,具有多分辨率分析特点,因而对于变形非平 稳信号,可利用小波变换分离出高频和低频两部分信号<sup>[7-9]</sup>。

设信号 f(t) 的时间序列 f(n),  $n=1,2,3,\cdots$ 。根据 Mallat 定理, 对于一组有限能量的信号  $H_{if}$ , 在分辨 率为  $2^{i}$  下近似, 可以将其分解为 f 在分辨率  $2^{j-1}$  下的近似  $H_{i-1}f$  和位于分辨率  $2^{j-1}$  与  $2^{j}$  之间的细节  $D_{i-1}f$  之

收稿日期: 2015-05-19

**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(51279052,51579085)

**作者简介:**罗德河(1991—),男,福建龙岩人,硕士研究生,主要从事大坝安全监测研究。E-mail:luodhehhu@163.com 通信作者:郑东健(E-mail:zhengdj@hhu.edu.cn)

和。设 $\varphi$ 与 $\psi$ 分别为尺度与小波函数,则信号f在分辨率 $2^{j-1}$ 下近似 $H_{j-1}f$ 和细节 $D_{j-1}f$ 分别假设:

$$H_{j-1}f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k^{j-1}\varphi(2^{j-1}x - k) , D_{j-1}f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k^{j-1}\psi(2^{j-1}x - k)$$
(1)

式中: a<sup>i-1</sup><sub>k</sub> 与 d<sup>i-1</sup><sub>k</sub> 分别为分辨率 2<sup>i-1</sup> 下逼近系数与细节系数:

$$a_i^{j-1} = \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_{k-2i} a_k^j , \ d_i^{j-1} = \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} (-1)^k h_{1-k+2i} a_k^j$$
(2)

尺度函数与小波函数为:

$$\varphi(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \varphi(2x - k) , \ \psi(x) = \sum_k (-1)^k h_{1-k} \varphi(2x - k)$$
(3)

其中: $h_k = <\frac{1}{\sqrt{2}}\varphi(\frac{x}{2}),\varphi(x-k) > _{\circ}$ 

数字信号经过尺度 1,2,…, j 分解之后,得到  $d_1$ ,  $d_2$ ,…,  $d_i$ ,  $a_i$  分别表示频率由高频至低频的信息。

2 高频时间序列模型建立

#### 2.1 确定性因子函数提取

大坝变形实测数据是随时间变化的时间序列,通常情况下,变形时间序列{*X<sub>i</sub>*}包含3组成分,因此分解 后可用以下模型表示:

$$X_t = s_t + p_t + x_t \tag{4}$$

式中: *s*<sub>*i*</sub> 为主值函数项,反映了时间序列的长期变化趋势; *p*<sub>*i*</sub> 为周期函数项,反映坝体变形隐含的复杂周期性 波动; *x*<sub>*i*</sub> 是描述提取主值函数项和周期函数项后的平稳时间序列,反映了各种不确定性的随机因子对变形 的影响。

水位、温度和时效是影响大坝变形的主要因子,由于时效分量在低频部分体现,则只选水位和温度作为因子,混凝土拱坝主值函数项可表示为:

$$s_{t} = a_{0} + \sum_{i=1}^{4} a_{i}H_{i} + \sum_{i=1}^{m_{1}} b_{i}T_{i}$$
(5)

大坝变形受温度等周期性变化因子影响较为复杂,为此利用谱分析提取时间序列中隐藏的周期项。具 有任意振幅、频率及相位的 m 个余弦曲线的一般线性组合,可表示为以下形式<sup>[10]</sup>:

$$p_{i} = A_{0} + \sum_{j=1}^{m} \left[ A_{j} \cos(2\pi f_{j} t) + B_{j} \sin(2\pi f_{j} t) \right]$$
(6)

式中: A<sub>0</sub>, A<sub>j</sub>, B<sub>j</sub>及 f<sub>j</sub>为待识别和估计的参数,周期图中出现的高峰显示时间序列不同频率上余弦-正弦对的相对强度,高峰对应的频率即为该序列频率。

### 2.2 平稳时间序列分析

(1) 平稳性检验。由观测数据序列对随机过程的结构进行统计推断时, 需假设序列为平稳性时间序列, 本文采用 Daniel 检验平稳性。大坝观测资料经过确定性因子提取后进行平稳性检验。

设{ $x_i$ , t = 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , …} 是零均值平稳序列, 满足下列模型:

$$x_{i} = \varphi_{1} x_{i-1} + \dots + \varphi_{p} x_{i-p} + \varepsilon_{i} - \theta_{1} \varepsilon_{i-1} - \dots - \theta_{q} \varepsilon_{i-q}$$

$$\tag{7}$$

式中:  $\varepsilon_i$  是零均值、方差为  $\sigma_s^2$  的平稳白噪声, { $X_i$ } 是阶数为 p,q 的自回归滑动平均序列, 记为 ARMA(p,q) 序列。

(2)模型识别与定阶。根据时间序列的统计特性来确定适合于该序列的时间序列模型,其形式分别为 ARMA, AR 和 MA 模型。本文采用赤池信息准则(AIC)<sup>[11]</sup>, 假定用 ARMA(*p*,*q*)模型对时间序列 {*X*<sub>*i*</sub>} 进行 拟合, 最小 AIC 即为所求最佳模型。

(3)参数估计。采用极大似然估计,充分应用每一个观测值所提供的信息,估计精度高,可利用现有计

(4) 预测及精度评价。经过上述步骤获得较优的预测模型后,即可进行平稳线性最小均方预报。本文 预报模型采用后验差检验法评定预报精度<sup>[12]</sup>,评价指标包括标准差比值*C*和误差观测频率*P*。预报标准差 比值为*C* =  $\frac{s}{\sigma}$ ,偶然的误差观测频率为*P* = *P*{ $|\varepsilon_k - \bar{\varepsilon}| < 0.6745\sigma$ }。其中 $\varepsilon_k$ 为模型预报得到的残差序 列, $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i, \bar{\varepsilon} = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^{j} \varepsilon_j, \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2, s^2 = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^{j} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2$ 。 时间序列模型预报精度等级见表 1。 **表1**时间序列模型精度评价标准

3 实例分析

#### 3.1 时间序列观测资料分解与预测

本1 時间庁列候至稍及时所作 Tab. 1 Accuracy evaluation standard of time series model

精度等级	Р	С		精度等级	Р	С	
好	>0.95	<0.35		勉强合格	0.80~0.70	0.50~0.65	
合格	0.95~0.80	0.35~0.50		不合格	<0.70	>0. 65	

应用上述原理和方法分析某混凝土重力 拱坝垂线 ZD020101 测点的水平径向位移,取

样时段为 2006 年 1 月至 2013 年 6 月的自动化监测值。经等时间间隔处理后,得到一系列的日观测值,从而可以进行时间序列分析。

由图 1 变形过程图 s 可见,变形序列的年周期变化明显,频率为2π/365 = 0.017,滤去频率大于0.017 的 高频部分,可得到变形序列的趋势分量。对变形时间序列进行 FFT 分析,可用 db5 小波将信号分解至第 8 层,其中 d1 至 d8 为高频部分被滤去,剩下的 a8 即为变形趋势分量。高频部分显示出较明显的周期性,表明 这部分受水位、温度等周期性因素影响,如图 1 所示。将原始观测数据除去低频部分 a8 以及扰动部分 d1, d2 可得到高频时序信号,如图 2 所示。





Fig. 1 Decomposition signal into  $8 \ {\rm layers}$  used by db5 wavelet



图 2 变形时间序列信号分解

Fig. 2 Decomposition of deformation time series signal

对低频序列,采用差分法进行平稳化处理,然后利用 ARMA 模型预测,可得到模型 ARMA15:

$$x_{t} = 1.01x_{t-1} + \varepsilon_{t} + 0.08\varepsilon_{t-1} + 0.07\varepsilon_{t-2} + 0.07\varepsilon_{t-3} + 0.06\varepsilon_{t-4} + 0.06\varepsilon_{t-5}$$
(8)

#### 3.2 高频时间序列预测模型

剔除影响较小的因子,计算得到逐步回归方程:

 $s_t = 10^3 \times (9.887 - 0.679H + 0.017H^2 - 0.001H^3) + 0.088T_{u1} -$ (9)

 $0.\ 180T_{u15} - 0.\ 228T_{d1} + 0.\ 027T_{d30} + 0.\ 059T_{d60} - 0.\ 079T_{d90} - 0.\ 033T_{d120}$ 

由谱分析作周期图,其中有一个明显的尖峰,表示该序列模型具有一组周期为 T=180 d 的正弦-余弦 对,即可以得到周期函数项:

$$p_{t} = -1.072 \times \cos(2\pi t \times 0.006) - 1.072 \times \sin(2\pi t \times 0.006)$$
(10)

高频时间序列在经过主值函数项、周期项提取后,得到改进后的时间序列x<sub>i</sub>,对x<sub>i</sub>进行平稳时间序列分析,可建立监测点变形趋势的时间序列预测模型。根据上述时间序列分析原理,可建立预测模型 ARMA32为:

$$x_{i} = 1.602x_{i-1} - 0.763x_{i-2} + 0.056x_{i-3} + \varepsilon_{i} - 1.577\varepsilon_{i-1} + 0.642\varepsilon_{i-2}$$
(11)

3.3 模型分析

采用 Q 统计量检验模型适应性,残差服从 0 均值的正态分布,即 ε<sub>i</sub> 为白噪声,预测模型检验合格。利用 上述模型进行了 20 步预测,综合低频预测值与高频预测值得到最后值,并与统计回归法预测作对比,预测结 果如表 2 所示。

从表 2 中统计回归法和时间序列法预测结果的对比可知,统计回归法预测残差最大为-1.74 mm,相对 误差为-0.28%~11.46%,精度较低;时间序列分析法残差均小于 0.80 mm,预测相对误差为±6%。

根据后验差法,时间序列法的预报标准差 C=0.175 5,误差观测频率 P=100%,预测精度评价等级为 "好",表明时间序列法建立的预测模型在大坝变形预测中的精度比较高。

大坝变形的实测过程线、时间序列法预测过程线与统计回归法预测过程线如图 3 所示。由图可见,统计 回归法预测过程线偏离实测过程线较大,精度较低;时间序列法预测过程线变化趋势与实测变形过程线基本 吻合,表明时间序列法建立的预测模型能为大坝运行提供较为准确的指导。 表 2 两种模型的实测值、预测值和残差

Tab. 2 Comparison of measured values, predictive values and residuals of two models mm											
皮旦		统计回归法			时间序列法		统计回归法			时间序列法	
厅写	实测	预测	残差	预测	残差	庁写	实测	预测	残差	预测	残差
1	-13.1	-12.5	-0.6	-13.2	0.1	11	-14.1	-13.4	-0.6	-14.2	0.1
2	-12.7	-12.6	-0.1	-13.2	0.5	12	-14.0	-13.8	-0.2	-14.6	0.6
3	-12.8	-12.9	0	-13.5	0.7	13	-14.5	-13.9	-0.6	-14.8	0.3
4	-13.3	-12.9	-0.3	-13.7	0.5	14	-14.9	-13.9	-1.0	-14.9	0
5	-13.7	-13.0	-0.7	-13.7	0	15	-15.2	-13.9	-1.3	-15.0	-0.2
6	-14.3	-13.1	-1.2	-13.8	-0.5	16	-15.2	-13.5	-1.7	-14.5	-0.7
7	-14.5	-13.4	-1.1	-14.0	-0.4	17	-14.6	-13.6	-1.0	-14.6	0
8	-14.8	-13.6	-1.3	-14.2	-0.6	18	-14.3	-13.9	-0.4	-15.0	0.8
9	-15.1	-13.4	-1.6	-14.4	-0.7	19	-14.6	-14.1	-0.6	-15.3	0.6
10	-14.7	-13.3	-1.4	-14.0	-0.7	20	-15.1	-13.9	-1.2	-15.1	0



图 3 ZD020101 测点变形预测、实测过程线



# 4 结 语

(1)结合小波分析的时间序列法建立的大坝变形预测模型,针对回归分析因子选取不当产生的"过拟合"或"欠拟合"进行优化,能较准确地预测大坝未来的动态变形规律,比统计回归法建立的模型更精准,预测效果更好。

(2)相比传统时间序列预测法,结合小波分析的时间序列法能同时掌握大坝整体变形趋势;并且由于将 变形信号分解为两部分,回归拟合时能获得较高的相关系数,从而提高整体预测精度。

## 参考文献:

- [1] 顾冲时,吴中如.大坝与坝基安全监控理论和方法及其应用[M].南京:河海大学出版社,2006.(GU Chong-shi, WU Zhong-ru. Safety monitoring of dams and dam foundations theories & methods and their application [M]. Nanjing: Hohai University Press, 2006. (in Chinese))
- [2] 王国锋,王子良,王太勇,等. Matlab 在时间序列分析中的应用[J]. 应用科技, 2003, 30(5): 36-38. (WANG Guo-feng, WANG Zi-liang, WANG Tai-yong, et al. Application of Matlab in time series analysis[J]. Applied Science and Technology, 2003, 30(5): 36-38. (in Chinese))
- [3] 王卫,杨志强,杨建华,等.变形观测数据时间序列建模中的几个问题[J].地球科学与环境学报,2008,30(2):214-217.(WANG Wei, YANG Zhi-qiang, YANG Jian-hua, et al. Several important problems in time series modelling of deformation

measurement datum[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2008, 30(2): 214-217. (in Chinese))

- [4] 何金平. 大坝安全监测理论与应用[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2010. (HE Jin-ping. Dam safety monitoring theory and application[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2010. (in Chinese))
- [5] 徐洪钟,吴中如,李雪红,等.基于小波分析的大坝变形观测数据的趋势分量提取[J].武汉大学学报(工学版),2003, 36(6):5-8. (XU Hong-zhong, WU Zhong-ru, LI Xue-hong, et al. Abstracting trend component of dam observation data based on wavelet analysis[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2003, 36(6): 5-8. (in Chinese))
- [6] 李民,李珍照.用数字滤波法从大坝测值中分离出时效分量初探[J]. 武汉水利电力大学学报, 1995, 28(2): 137-142.
   (LI Min, LI Zhen-zhao. Separating the aging component from dam survey values by the method of digital filtration [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 1995, 28(2): 137-142. (in Chinese))
- [7] 周伟. MATLAB 小波分析高级技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社,2005. (ZHOU Wei. MATLAB wavelet analysis advanced technology[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2005. (in Chinese))
- [8] 成礼智, 王红霞, 罗永. 小波的理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (CHENG Li-zhi, WANG Hong-xia, LUO Yong. The theory and application of the wavelet[M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese))
- [9] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005. (SUN Yan-kui. The wavelet analysis and its application [M]. Beijing: China Machine Press, 2005. (in Chinese))
- [10] CRYER J D, CHAN Kung-Sik. 时间序列分析及应用: R 语言[M]. 潘红宇,译. 北京: 机械工业出版社, 2011. (CRYER J D, CHAN Kung-Sik. Time series analysis with application in R[M]. Translated by PAN Hong-yu. Beijing: Mechanical Industry Press, 2011. (in Chinese))
- [11] 肖枝洪, 郭明月. 时间序列分析与 SAS 应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2012. (XIAO Zhi-hong, GUO Ming-yue. Time series analysis with SRS application[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2012. (in Chinese))
- [12] 吴中如,林育德.用时间序列法分析大坝的原型观测资料[C]//中国水力发电工程学会全国水工建筑物观测情报网第 三届全网大会暨大坝安全监测学术会,天津, 1990. (WU Zhong-ru, LIN Yu-de. Using time series analysis in analyzing prototype observation data of dam[C]// Proceedings of the third national symposium on hydraulic structure observation and dam safety moritoring, Hydropower Engineering Society of China, Tianjin, 1990. (in Chinese))

## Wavelet analysis and ARMA prediction model for dam deformation

LUO De-he, ZHENG Dong-jian

(National Engineering Research Center of Water Resources Efficient Utilization and Engineering Safety, College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Dam deformation observation data can be regarded as non-stationary time series, and considering the influence factors of dam deformation, it can be decomposed into principal value function terms, periodic function terms and improved stationary time series. As the semi-empirical formula of time effect factors can not accurately fit the actual changes, a wavelet analysis is made to decompose the series into low frequency and high frequency signals: the low frequency signal represents time effect deformation prediction ARMA model can be established by the time series analysis. The tendency of dam deformation can be predicted based on the water level and temperature observation data in the future. The actual calculated results show that the prediction reliability which is established by the time series analysis method is better than that by the regression analysis model; and the wavelet analysis method for dam deformation prediction.

**Key words**: dam; time series analysis; wavelet analysis; ARMA model; regression analysis; deformation prediction