DOI:10.16198/j.cnki.1009-640X.2016.03.002

张信贵, 许胜才, 易念平. 基于流固耦合理论的饱和-非饱和土开挖边坡稳定性分析[J]. 水利水运工程学报, 2016(3): 10-19. (ZHANG Xin-gui, XU Sheng-cai, YI Nian-ping. Stability analysis of slopes excavated in saturated and unsaturated soils based on coupled consolidation theories[J]. Hydro-Science and Engineering, 2016(3): 10-19.)

# 基于流固耦合理论的饱和-非饱和土 开挖边坡稳定性分析

张信贵<sup>1,2,3</sup>,许胜才<sup>1</sup>,易念平<sup>1</sup>

(1. 广西大学 土木建筑工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西 南 宁 530004; 3. 广西防灾减灾与工程安全重点实验室, 广西 南宁 530004)

**摘要:**现有开挖边坡稳定分析的研究中,综合考虑开挖效应与应力-渗流耦合作用对边坡稳定性影响的分析很 少。为此,根据饱和-非饱和土渗流及抗剪强度特性,推导了饱和-非饱和土在应力-渗流耦合作用下的有限元 求解方程,介绍了计算饱和-非饱和土开挖边坡稳定性的有限元强度折减技术。建立了一开挖边坡算例进行应 力-渗流耦合分析,结果表明,相对于非开挖模式下的计算,开挖卸荷效应对开挖边坡稳定性有一定提高作用, 但这一作用随着时间的延长会逐渐减弱直至消失。对影响开挖边坡稳定的各种因素进行了计算分析,开挖速 度、初始水位高度、渗透系数以及弹性模量、泊松比等影响因素对应力-渗流耦合作用下的开挖边坡稳定性影响 较大,影响规律和以往的研究结论有所不同。

关键 词:开挖边坡;非饱和土;耦合分析;强度折减法;边坡稳定

中图分类号: TU413.6<sup>+</sup>2 文献标志码: A 文章编号:1009-640X(2016)03-0010-10

自然界大多数边坡土层处于饱和-非饱和共存的状态,考虑非饱和土的特点,运用流固耦合理论分析渗 流场与应力场共同作用下的边坡稳定性,是近年来岩土工程领域研究的热点和难点。以往边坡的渗流分析 将渗流与变形分割开来,先对边坡进行单独的渗流分析,在此基础上再结合极限平衡法或有限单元法分析边 坡稳定性,忽略了水土相互影响,在理论上不够严谨。最理想的分析方法应是将渗流、变形和边坡稳定通过 统一的有限元法求解,而现有文献表明,这方面的研究不多,且各研究所基于的理论和假设也存在差异。

在考虑应力和渗流耦合作用下的边坡稳定性分析方面,主要有两个研究方向:一是降雨作用下的边坡稳 定问题<sup>[1-4]</sup>;二是水位变化影响下的边坡稳定问题,如水位骤降、骤升等<sup>[5-9]</sup>。然而这些研究大多是以自然状态的边坡为分析对象,忽略了施工因素如开挖的影响。事实上,开挖增加了自由渗出面,改变了边坡内的渗 流路径,从而会引起边坡应力场的改变。同时开挖引起的土体卸荷效应改变了边坡土层的应力场,反过来又 将影响到渗流场的变化,而现有关于综合考虑开挖效应与应力-渗流耦合作用的饱和-非饱土边坡稳定分析 还鲜见报道。文献[10]采用不同应力路径的三轴试验来反映开挖扰动对土体强度参数的影响,利用受开挖 扰动而引起弱化的土体强度参数对基坑边坡进行稳定性分析,并未涉及边坡渗流方面的计算。文献[11]和 文献[12]分析了开挖边坡相对于天然边坡在稳定性上的差异,但将边坡看成是均质单相体,并未涉及流固 耦合的计算。文献[13]仅利用边坡开挖后的几何构形,对边坡进行了渗流分析,但并未考虑开挖卸荷效应

收稿日期: 2015-06-02

E-mail:xgzhangchn@foxmail.com

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51268003);广西防灾减灾与工程安全重点实验室开放课题(2012ZDK08);广西 重点实验室系统性研究项目(2013ZDX11)

作者简介:张信贵(1965—),男,广西北流人,教授,博士,主要从事复合地基及边坡工程问题研究。

对渗流场的影响,也未运用流固耦合理论分析开挖边坡的稳定性。

极限平衡法分析饱和-非饱和土边坡稳定性,不能反映开挖卸荷效应,不适宜用于考虑开挖效应的边坡 稳定分析。而现有针对饱和-非饱和土边坡的有限元计算中,较多对饱和-非饱和渗流做简化处理,较少考 虑应力-渗流耦合作用及时间效应的影响。因此,如何将边坡开挖、渗流、变形及破坏过程有机结合,真实反 映开挖效应、渗流变化等对边坡稳定的影响仍是值得深入研究的课题。

1 饱和-非饱和土渗流固结理论

# 1.1 饱和-非饱和土渗流及强度特性

在饱和-非饱和土体中,由于渗流速度较低,通常用 Darcy 定律来描述其渗流行为<sup>[2]</sup>。对于均质材料, Darcy 定律可表示为:

$$v = -k\partial h/\partial x = -ki \tag{1}$$

式中:v为平均渗流速度;k为与土体饱和度s相关的渗透系数;i为水力梯度。

由于渗流速度较小,忽略流速水头的影响,则渗流水头 h 只包含测管水头,计算式为:

$$h = \frac{u_{w}}{\rho_{w}g} + z = \frac{u_{w}}{\gamma_{w}} + z$$
(2)

式中:u<sub>w</sub>为孔隙水压力;y<sub>w</sub>为水重度;z为重力方向的位置水头。

非饱和土的渗透系数与基质吸力有关,而吸力的量测较复杂,获取土-水特征曲线的试验技术难度很大,为便于分析,可用经典的 Van Genuchten 模型来预测<sup>[14]</sup>。M. T. Van Genuchten 基于 Mualem 提出的毛细 模型,建立了渗透系数模型、土-水特征曲线模型及其导数形式的表达式:

$$S_{e} = (s - s_{r}) / (1 - s_{r}) = [1 + (\alpha \Phi)^{n}]^{-m}$$
(3)

$$C_{\rm s} = \partial s / \partial \Phi = \alpha (1 - n) (1 - s_{\rm r}) S_{\rm e}^{1/m} (1 - S_{\rm e}^{1/m})^{m}$$
(4)

$$k = k_{\rm s} k_{\rm r} = k_{\rm s} S_{\rm e}^{-1/2} \left[ 1 - (1 - S_{\rm e}^{-1/m})^m \right]^2$$
(5)

式中: $s, s_r, S_e$ 分别为饱和度、残余饱和度和有效饱和度;基质吸力 $\Phi = u_a - u_w; k_s$ 为饱和渗透系数;  $R_r = S_e^{1/2} [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2; \alpha, m, n$ 为土-水特征曲线的拟合参数,其中 m 常与 n 具有相关关系: $m = 1 - 1/n_o$ 

在非饱和土中,由于基质吸力的作用,太沙基有效应力原理不能直接套用,所以 Bishop(1959)引入一个 有效应力参数X 来建立非饱和土的有效应力表达式:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \tag{6}$$

式中: $\sigma$ 为总应力; $\sigma$ '为有效应力; $u_a$ 为孔隙气压力,若假设孔隙气压处于大气压状态且恒定,则 $u_a = 0$ 。有效应力参数 $\chi$ 与饱和度有关,当土体完全干燥时取0,完全饱和时取1。参数 $\chi$ 的测量试验条件要求高,一般难以获取。但根据 Oberg 和 Vanapalli 的研究<sup>[1]</sup>,参数 $\chi$ 可以简单地取为饱和度s,即 $\chi = s$ 。基于 M-C 强度准则,由式(6)得出非饱和土的抗剪强度公式为:

$$= c' + \left[ \left( \sigma - u_{a} \right) + \chi \left( u_{a} - u_{w} \right) \right] \tan \varphi'$$
<sup>(7)</sup>

# 1.2 应力-渗流耦合控制方程

**1.2.1** 应力平衡方程 假设饱和-非饱和土为连续介质,根据势能变分原理,土的应力平衡微分方程和应力边界条件可转化成等效积分形式,即虚功方程,则有:

$$\int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \mathrm{d} V = \int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{f} \mathrm{d} V + \int_{S} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} \mathrm{d} S \tag{8}$$

式中: $\sigma$ 为总应力, $\delta \varepsilon$ , $\delta u$ 为虚应变和虚位移;f为单位体积力,对于非饱和土为土骨架重与水重之和,即 $f = f_s + f_w = (1-n)\rho_s g + ns\rho_w g$ ,其中n为孔隙率,g为重力加速度;p为边界面力;V为体积积分域;S为边界面积分域。由于渗流连续方程含有时间项,为了将应力和渗流进行耦合分析,需对虚功方程进行时间求导,具体表达式<sup>[15]</sup>为:

$$\int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \, \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial t} \mathrm{d}V = \int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \, \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial t} \mathrm{d}V + \int_{S} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \, \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} \mathrm{d}S \tag{9}$$

规定应力以拉为正,孔压以压为正,忽略气压作用,令X =s,则有效应力原理可写为:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{m}\boldsymbol{s}\boldsymbol{u}_{w} = \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{m}\bar{\boldsymbol{u}}_{w} \tag{10}$$

式中:*m*=[1, 1, 1, 0, 0, 0]<sup>T</sup>。假设土颗粒和水不可压缩,则增量型的本构方程为:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{D}_{\mathrm{ep}} \mathrm{d}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{11}$$

将式(10)和(11)代入式(9),经整理可得饱和-非饱和土应力平衡方程的等效积分形式:

$$\int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_{\mathrm{ep}} \, \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial t} \mathrm{d}V - \int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{m} \left(s + C_{s} u_{w}\right) \, \frac{\partial u_{w}}{\partial t} \mathrm{d}V = \int_{V} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \, \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial t} \mathrm{d}V + \int_{S} \boldsymbol{\delta} \, \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \, \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} \mathrm{d}S \tag{12}$$

式中:C<sub>s</sub>=∂s / ∂u<sub>w</sub>为非饱和土饱和度相对基质吸力的变化率,可由土-水特征曲线求得。

**1.2.2** 渗流连续方程 考虑某一微元体积的土,假设土颗粒和水不可压缩,根据质量守恒原理,在 dt 时间 内流入流出该微元体内的水量应等于微元体的质量变化,流体的渗流采用 Darcy 定律来描述,应变以拉为 正,经过推导,可得饱和-非饱和土的渗流连续方程<sup>[16]</sup>为:

$$s\frac{\partial\varepsilon_{v}}{\partial t} + n\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial h}{\partial z}\right)$$
(13)

式中: $\varepsilon_v$ 为体积应变,n为孔隙率。引入 $C_s = \partial s / \partial u_w$ ,于是式(13)可化为:

$$s \frac{\partial \mathcal{E}_{v}}{\partial t} + nC_{s} \frac{\partial u_{w}}{\partial t} = \nabla(k \nabla h)$$
(14)

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$
(15)

式中:∇称为哈密顿算子。式(14)是饱和-非饱和渗流的控制方程,其定解需通过边界条件求得。

孔压边界条件:  $u_w |_{s_1} = p_w(x, y, z, t)$ ,流量边界条件:  $n^T k \nabla h |_{s_2} = -q(x, y, z, t)$ 其中:  $n = [l, m, n]^T$ 为边界法向向量, q为单位时间内通过边界的水流量, 规定与 n 同向时为正。在式(14)的 求解中, 将孔压边界条件作为强制边界条件直接引入有限元方程, 而流量边界条件和渗流连续方程可转化为

$$\int_{V} \delta u_{w} \left[ \nabla (k \nabla h) - s \frac{\partial \varepsilon_{v}}{\partial t} - nC_{s} \frac{\partial u_{w}}{\partial t} \right] dV + \int_{S} \delta u_{w} (-\boldsymbol{n}^{\mathrm{T}} k \nabla h - q) d\boldsymbol{\Gamma} = 0$$
(16)

式中:δu<sub>w</sub>为孔压函数的变分。

等效的积分形式,因此有

对式(16)第一项进行分部积分,并利用散度定理,结合式(2),则式(16)可化为

$$\int_{V} \nabla(\delta u_{w}) k \nabla\left(\frac{u_{w}}{\gamma_{w}} + z\right) dV + \int_{V} \delta u_{w} \left(s \frac{\partial \varepsilon_{v}}{\partial t} + nC_{s} \frac{\partial u_{w}}{\partial t}\right) dV + \int_{S} \delta u_{w} q d\boldsymbol{\Gamma} = 0$$
(17)

## 1.3 控制方程的有限元求解

对饱和-非饱和多孔连续介质用某一类型的单元进行离散,构造单元结点变量插值函数,则待求位移 *u*、 应变 *ε* 和孔压 *u*<sub>w</sub>表达为:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N}\boldsymbol{a}, \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{a}, \boldsymbol{u}_{w} = \boldsymbol{N}\boldsymbol{p}_{w}$$
(18)

式中:*a*,*p*<sub>w</sub>分别为单元结点位移和结点孔隙水压力;*N*,*N*分别为位移和孔隙水压力的形函数矩阵;*B*为应变矩阵。将式(18)分别代入式(12)和(17),经整理可得应力-渗流耦合控制方程的有限元求解格式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{\bar{K}} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{a}} \\ \dot{\mathbf{p}}_{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{p}_{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{F}} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}$$
(19)

式中:

$$\boldsymbol{K} = \int_{V} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}_{\mathrm{ep}} \boldsymbol{B} \mathrm{d} V , \boldsymbol{L} = -\int_{V} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{m} (s + C_{s} u_{w}) \bar{\boldsymbol{N}} \mathrm{d} V , \boldsymbol{F} = \int_{V} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial t} \mathrm{d} V + \int_{S} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} \mathrm{d} S ,$$

$$\bar{\boldsymbol{K}} = \int_{V} \bar{\boldsymbol{N}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{s} \, \boldsymbol{m}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \mathrm{d} \boldsymbol{V} \,, \, \boldsymbol{S} = \int_{V} n C_{\mathrm{s}} \, \bar{\boldsymbol{N}}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{N}} \mathrm{d} \boldsymbol{V} \,, \, \boldsymbol{H} = \frac{1}{\gamma_{\mathrm{w}}} \int_{V} k \, \nabla \bar{\boldsymbol{N}}^{\mathrm{T}} \, \nabla \bar{\boldsymbol{N}} \mathrm{d} \boldsymbol{V} \,, \, \boldsymbol{P} = -\int_{V} k \, \frac{\partial \, \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}}{\partial z} \mathrm{d} \boldsymbol{V} - \int_{S} \bar{\boldsymbol{N}}^{\mathrm{T}} q \mathrm{d} \boldsymbol{S} \,_{\circ}$$

为保证数值求解的稳定性,采用向后的差分技术对时间进行离散,从而得到应力-渗流耦合控制方程增量型的有限元求解格式为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{\bar{K}} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a} \\ \Delta \mathbf{p}_{w} \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a} \\ \Delta \mathbf{p}_{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{F} \\ \Delta t \Delta \mathbf{P} \end{bmatrix} + \Delta t \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{P} - \mathbf{H} \mathbf{p}_{w} \end{bmatrix}_{t}$$
(20)

2 开挖边坡稳定分析的有限元强度折减技术

#### 2.1 饱和-非饱和土边坡开挖的模拟

对开挖问题做有限元分析需计算开挖荷载,使之作用于开挖面从而形成无应力自由面。开挖荷载实际 上就是开挖部分的单元通过开挖界面与剩余单元之间的结点作用力,记为 $P_{E}$ ,开挖部分通常还受到其他的 外荷载作用,如体力f和面力p。记开挖部分单元集合体为 $V_{E}$ ,开挖部分边界面为 $\Gamma_{E}$ ,对开挖的单元集合建 立平衡方程有:

$$\boldsymbol{P}_{E} + \int_{V_{E}} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{f} \mathrm{d} \boldsymbol{V} + \int_{\Gamma_{E}} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} \mathrm{d} \boldsymbol{\Gamma} = \int_{V_{E}} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}' \mathrm{d} \boldsymbol{V}$$
(21)

即开挖等效结点荷载为:

$$\boldsymbol{P}_{E} = \int_{V_{E}} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}' \,\mathrm{d}V - \int_{V_{E}} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{f} \,\mathrm{d}V - \int_{\boldsymbol{\Gamma}_{E}} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p} \,\mathrm{d}\boldsymbol{\Gamma}$$
(22)

式(22)最初由 Mana 推导,所以由其求开挖荷载的方法称为 Mana 法<sup>[17]</sup>。

图 1 为基坑放坡开挖模型,受开挖荷载作用,开挖 面会出现卸荷回弹现象。随着开挖的进行,侧向临空的 开挖面成为自由渗出面,改变了坡内的渗流路径。在自 由渗出面上,孔隙水只能从分析区域中渗出,而不允许 水流进入。在本文中,自由渗出面当作一种特殊的边界 条件来处理,通过下式进行定义:





$$v_{n} = \begin{cases} k_{w}u_{w}, \ u_{w} > 0\\ 0, \ u_{w} \le 0 \end{cases}$$
(23)

式中:v<sub>n</sub>为边界面上的法向渗流速度。取渗流系数 k<sub>w</sub>为一相对较大值,这样定义的边界条件可以近似地限定 边界上的孔压等于零,本文模拟中 k<sub>w</sub>统一取为 1。

在传统渗流分析中,浸润线被看成是不透水边界,常采用固定网格法进行迭代求解。而在饱和-非饱和 流固耦合分析中,浸润线不作为边界条件看待,它是一条零孔隙水压力等压线,求解过程中不需要特别处理。 根据这条线可将分析区域划分成饱和与非饱和区,并能方便地判断出逸出点位置。

# 2.2 应力-渗流耦合作用下有限元强度折减技术

应用有限元强度折减法分析边坡的稳定性,可以通过程序自动获得边坡失稳滑动面而无需事先假定其 形式和位置。其原理是对边坡土体强度参数按照式(24)进行折减计算,若边坡仍处于稳定状态,则不断增 大折减系数,直至边坡发生失稳破坏,将此时的折减系数F,定义为边坡稳定安全系数。

$$c_{\rm m} = c/F_{\rm s}$$
,  $\varphi_{\rm m} = \arctan(\tan\varphi/F_{\rm s})$  (24)

式中:c和 $\varphi$ 为土体抗剪强度参数值; $c_m$ 和 $\varphi_m$ 为土体实际发挥的抗剪强度; $F_s$ 为强度折减系数。

有限元强度折减法计算边坡稳定安全系数还涉及到边坡失稳判据的选择问题,常用方法主要有数值计

算的不收敛,特征部分的位移突变、塑性区的贯通,采用不同的失稳判据各有优缺点,文献[18]对此进行了 深入讨论。因特征部分的位移突变判据在考虑几何非线性情况下同样适用,所以该判据为本文所采用。

有限元强度折减法大多用于不考虑基质吸力的土坡稳定分析,因其计算工作量大,较少用于研究应力-渗流耦合作用下的边坡稳定分析。当运用强度折减法考查开挖后边坡在某一时间点上的稳定性时,若强度 折减过程中仍考虑应力-渗流耦合作用,则孔压还会进一步变化,最终结束时间并非原先想要考查的时间。 且当边坡变形较大时,考虑应力-渗流耦合的分析使得非线性迭代的收敛难度大大增加。要解决上述问题, 采用流固耦合过程与强度折减过程分离的分析方法可以实现。此分析方法首先利用饱和-非饱和流固耦合 有限元程序计算出边坡在不同时刻的渗流场,然后将渗流场的流体重力和孔压转化为等效结点荷载 F<sub>w</sub>和 F<sub>u</sub>施加于单元结点上,见式(25)。最后即可按单相固体介质的强度折减法分析边坡每一时刻的安全系数。 但需注意,由于强度折减过程中不再考虑滑坡剪切作用产生的超孔压影响,所以土体的强度指标应采用固结 不排水剪强度指标。此外,弹性模量和泊松比对以强度折减法计算的安全系数影响不大<sup>[11-12]</sup>,所以在强度 折减过程中弹性模量和泊松比不作调整。

$$\boldsymbol{F}_{\mathbf{w}} = \int_{V} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{f}_{\mathbf{w}} \mathrm{d}V = \int_{V} \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} n s \boldsymbol{\rho}_{\mathbf{w}} \boldsymbol{g} \mathrm{d}V , \ \boldsymbol{F}_{\mathrm{u}} = \int_{V} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{u}}_{\mathbf{w}} \boldsymbol{m} \mathrm{d}V = \int_{V} \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} s \boldsymbol{u}_{\mathbf{w}} \boldsymbol{m} \mathrm{d}V$$
(25)

综上,本文采用 Abaqus 分析开挖边坡的稳定性,可以归纳为以下步骤:① 建立开挖边坡模型,设置相关 材料参数和边界条件;② 进行初始水位条件下的地应力平衡;③将开挖单元移除,在进行开挖计算的同时进 行应力-渗流耦合的瞬态分析,得到应力-渗流耦合作用下的应力场、位移场及孔压分布等结果;④将渗流场 的流体重力和孔压转化为等效结点荷载 F<sub>w</sub>和 F<sub>u</sub>施加于单元结点上,利用场变量对开挖边坡进行强度折减 计算,求出边坡的稳定安全系数。

3 算例分析

#### 3.1 开挖边坡模型及参数

从某航道船闸放坡开挖的基坑工程中简化出一计 算模型,取其对称部分进行开挖边坡的模拟,如图 2。假 设待开挖边坡土层为均质黏土,土体物理力学参数分别 为:干密度 $\rho_d$ =1 600 kg/m<sup>3</sup>,黏聚力 c=30 kPa,内摩擦角  $\varphi$ =14°,卸载弹性模量 E=10 MPa,泊松比 v=0.4,初始 孔隙比  $e_0$ =0.7,饱和渗透系数  $k_s$ =5×10<sup>-8</sup> m/s。非饱和 土的土 – 水特征曲线及渗透系数模型采用 Van





Genuchten 模型来预测,见式(3)~(5)。不考虑土-水特征曲线的滞水效应,模型参数根据土层性质从已有的经验数据中选取<sup>[19]</sup>,分别为:n=2.8,m=0.64,α=0.015,s<sub>r</sub>=0.1。模型左侧为孔压边界,静水位位于基坑底面以上 14 m,开挖面为自由渗出面边界,其余为不排水边界。假设开挖过程中及时排走开挖面渗出的水,不存在坑内积水情况。模型两侧边界约束水平位移,底部设为固定约束边界。

#### 3.2 开挖边坡渗流场特性及稳定性分析

假设边坡开挖至 20 m 深度历时 30 d,图 3 为开挖模式与非开挖模式下坡内孔压场随时间的变化。由图 可知,在开挖模式下,30 d 开挖结束时,坡内浸润线降至开挖面以下,说明在开挖面上不存在渗流逸出点。 浸润线以上为非饱和区,孔压为负值,可见边坡开挖引起的卸荷回弹使土体孔隙比增大,降低了土体饱和度。 而由于开挖边坡远场水源的补给,随着时间的增加,浸润线缓慢抬升,最后趋于稳定渗流分析的结果。在非 开挖模式下,仅相当于在边坡开挖面做了一个水位下降计算。对应于开挖完成,至 30 d 时坡外水位降至基 坑底部,然而坡内水位滞后于坡外的水位下降,坡内仍存在较高超孔压。随着时间延长,超孔压逐步消散,坡 内浸润线逐渐降低,最终与开挖模式下的结果相同。因此,开挖模式与非开挖模式下的渗流场变化不同,开 挖模式下浸润线逐渐抬升,而非开挖模式下浸润线逐渐下降,但到渗流稳定时二者的浸润线几乎相同。





Fig. 3 Variation tendency of pore pressure distribution in saturated and unsaturated soil slope

对开挖后不同时段的边坡稳定性进行强度折减分 析,图4和5分别显示了典型的开挖边坡圆弧形滑动面 和稳定安全系数变化时程曲线。图5表明,在开挖模式 下,开挖结束时浸润线降至开挖面以下,浸润线以上的 非饱和区由于基质吸力的存在使得土体附加一个表观 黏聚力,增加了坡体抗剪强度,此时安全系数较大。随 着时间延长浸润线缓慢抬升,基质吸力也逐渐消失,安 全系数随之逐渐降低。在非开挖模式下,水位下降结束 时,坡内超孔压对坡体产生较大的渗透力,不利于边坡 稳定,此时安全系数较小。随着时间延长,超孔压逐渐 消散,安全系数随之提高。最终至渗流稳定时,两种模 式下计算的安全系数相等。从结果分析可见,开挖卸荷 效应对边坡初期稳定性起到增强作用,为其他护坡措施 的设计采用争取了一定的安全时间,这是以往开挖边坡 稳定分析所忽略的内容<sup>[11-13]</sup>。

第3期

## 3.3 开挖边坡渗流场及稳定性的影响因素分析

3.3.1 开挖速度的影响 开挖速度是指边坡开挖至

图4 渗流作用下边坡滑动面

Fig. 4 Failure surface of slope under seepage effect



20 m 深度所历经的时间。边坡渗流场在开挖过程中的变化与时间相关,不同的开挖速度将影响坡内孔压分 布,进而影响到边坡稳定性。图 6 为开挖历时从 15 d 至 300 d 时的浸润线变化过程,由图可知,在开挖模式 下,开挖时间越长,至开挖结束时浸润线位置就越接近开挖面,若开挖时间足够长,则浸润线的位置将与稳定 渗流分析的结果相同;而在非开挖模式下,用水位下降速度来反映开挖速度,不同降水历时的浸润线只有轻 微变化,可见浸润线受降水速度的影响较小。图 7 给出了开挖边坡安全系数随开挖时间的变化趋势,由图可 见,在开挖模式下,开挖速度越快,安全系数越高,随着开挖时间的延长,浸润线逐渐抬升导致非饱和区减少, 从而安全系数也随之减小;而在非开挖模式下,因浸润线受降水速度的影响较小,所以安全系数的变化也 较小。



图 6 不同开挖速度对应的浸润线位置

Fig. 6 Position of seepage line versus speed of excavation

3.3.2 水位高度的影响 为探讨初始水位高度对开挖 边坡渗流场及稳定性的影响,建立3种水位边界模型进 行分析。以基坑底面为水位参考面,设置的3种水位边 界高度分别为10,14和18m,其他条件同3.1节。至开 挖结束时,3种水位对应的浸润线位置见图8。由图可见 初始水位越低,开挖结束时浸润线位置也越低,从而浸润 线与开挖面之间的非饱和区范围越大。当初始水位升高 时,浸润线与开挖面之间的非饱和区减小,将降低开挖边 坡抗滑能力。图9为各水位高度对应的开挖边坡安全系 数变化时程曲线。开挖结束时,初始水位越低,开挖边坡 安全系数越大,主要得益于低水位有着更宽的非饱和区, 提高了边坡的抗滑能力。此后浸润线不断抬升并最终在 开挖面生成逸出点,对应着开挖边坡的安全系数随着时 间的延长不断降低,最后趋于稳定。

**3.3.3** 渗透系数的影响 渗透系数作为渗流计算的重 要参数,对渗流场的计算结果有着重要影响。图 10 为



图 7 开挖速度对安全系数变化的影响









时间/d

到开挖结束时,不同饱和渗透系数对应的浸润线位置,其他参数同 3.1 节。可见渗透系数越小,开挖结束时 的浸润线位置越低,当渗透系数为 5×10<sup>-7</sup> m/s 时,浸润线比较接近开挖面。因此,开挖卸荷引起的浸润线下 降只在黏土边坡中才会体现较为明显,而对于渗透系数较大的粉土或砂土则将无此现象。图 11 显示了不同 渗透系数对应的安全系数变化曲线,由图可知渗透系数越小,边坡开挖结束时安全系数越大,此后随着浸润 线的抬升,安全系数呈非线性降低,并最终趋于稳定。而当渗透系数较大时,安全系数变化不明显。若不考 虑开挖效应影响,由文献[8]和[9]的结论可知,渗透系数越小,水位下降后边坡内超孔压消散所需时间越 长,从而安全系数越小且变化速度慢。因此,对于开挖边坡,考虑开挖效应更符合实际情况,否则会得到相反 的结论。

**3.3.4** 弹性模量和泊松比的影响 文献[11]和[12]就土体弹性模量和泊松比对开挖边坡稳定性影响的分析表明,它们对边坡稳定安全系数影响不大,而当考虑应力-渗流耦合作用时未作分析。为此,本文对弹性模量和泊松比分别建立3个工况进行分析,其他参数同3.1节。

至开挖结束时,各弹性模量对应的浸润线如图 12 所示,计算结果表明,弹性模量越小,卸荷回弹变形越 大,从而浸润线位置越低。而当弹性模量较大时,回弹变形不明显,浸润线位置较高,类似于水位骤降后的结 果。土体体积模量 K 反映土体的压缩和回弹性能,由下式计算:



图 10 不同渗透系数对应的浸润线位置





图 11 渗透系数对安全系数变化的影响

Fig. 11 Safety factor variation versus permeability coefficients

由式(26)可知,泊松比越小,体积模量也越小,对应开挖边坡的卸荷回弹量就越大,从而开挖结束时浸 润线位置越低(见图 13)。



图 12 不同弹性模量对应的浸润线位置 Fig. 12 Position of seepage line versus elastic modulus



图 13 不同泊松比对应的浸润线位置 Fig. 13 Position of seepage line versus Poisson ratios

对于开挖边坡安全系数的变化,图 14 表明,弹性模量越低,在开挖结束初期,边坡安全系数越大,但随着时间的延长,安全系数逐渐降低并趋于稳定。泊松比对安全系数的影响类似于弹性模量(见图 15),安全系数随着泊松比的降低而有所增加,但随着时间的延长至渗流稳定时,各泊松比对应的安全系数基本相等。











Fig. 15 Safety factor variation versus Poisson ratios

因此,在边坡开挖结束初期,弹性模量和泊松比对边坡稳定性的影响较大,不能忽略,而至后期渗流达到 稳定时,边坡安全系数差别不大。

4 结 语

本文运用饱和-非饱和土渗流固结理论,对均质开挖边坡的稳定性进行有限元强度折减计算,分析了多种因素对开挖边坡渗流场及稳定性的影响,所得结论如下:

(1)根据饱和-非饱和土的渗流及抗剪强度特性,推导了饱和-非饱和土在应力-渗流耦合作用下的有限 元求解方程,并介绍了计算饱和-非饱和土开挖边坡稳定性的有限元强度折减技术。

(2)算例分析结果表明,开挖卸荷效应会降低边坡浸润线,增加坡体的非饱和区,对边坡稳定性有一定 提高作用,但这种作用随时间的延长会逐渐减弱直至消失。

(3) 开挖模式与非开挖模式下的开挖边坡至渗流稳定时安全系数差别较小,但在开挖结束初期,开挖卸 荷效应对边坡稳定性起到增强作用,为其他护坡措施的设计采用争取了一定的安全时间。

(4) 对影响开挖边坡稳定的因素进行了大量计算分析,结果表明,开挖速度、初始水位高度、渗透系数以 及弹性模量、泊松比等因素对应力-渗流耦合作用下的开挖边坡稳定影响较大,影响规律和以往的研究结论 有所不同。

(5)综合考虑渗透系数随孔隙比的变化和弹性模量、泊松比的非线性行为等更为复杂的情况对开挖边 坡渗流场及稳定性的影响,有待于进一步深入研究。

# 参考文献:

- CAI F, UGAI K. Numerical analysis of rainfall effects on slope stability [J]. International Journal of Geomechanics, 2004(2): 69-78.
- [2] 周家文,徐卫亚,邓俊晔,等. 降雨入渗条件下边坡的稳定性分析[J]. 水利学报, 2008, 39(9): 1066-1073. (ZHOU Jiawen, XU Wei-ya, DENG Jun-ye, et al. Stability analysis of slope under the condition of rainfall infiltration [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008, 39(9): 1066-1073. (in Chinese))
- [3] 孔郁斐,周梦佳,宋二祥,等.利用 PLAXIS 软件计算考虑降雨的边坡稳定性[J].水利水运工程学报,2014(3):70-76. (KONG Yu -fei, ZHOU Meng-jia, SONG Er-xiang, et al. Slope stability analysis in consideration of rainfall influence based on PLAXIS software[J]. Hydro-Science and Engineering, 2014(3):70-76. (in Chinese))
- [4] 吴长富,朱向荣,尹小涛,等.强降雨条件下土质边坡瞬态稳定性分析[J]. 岩土力学,2008,29(2):386-391.(WU Chang-fu, ZHU Xiang-rong, YIN Xiao-tao, et al. Analysis of soil slope's transient stability under intensive rainfall[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(2):386-391.(in Chinese))
- [5] LANE P A, GRIFFITHS D V. Assessment of stability of slopes under drawdown conditions [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(5): 443-450.
- [6] BERILGEN M M. Investigation of stability of slopes under drawdown conditions[J]. Computers and Geotechnics, 2007, 34(2): 81-91.
- [7] 张芳枝,陈晓平.非饱和堤岸的渗流特征及其稳定性研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(5): 1561-1567. (ZHANG Fang-zhi, CHEN Xiao-ping. On seepage flow and stability of unsaturated soil embankment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(5): 1561-1567. (in Chinese))
- [8] 周桂云,李同春. 基于非饱和土固结理论的有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2008, 29(4): 1133-1137. (ZHOU Guiyun, LI Tong-chun. FEM strength reduction method based on consolidation theories of unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(4): 1133-1137. (in Chinese))
- [9] 年廷凯,万少石,蒋景彩,等. 库水位下降过程中土坡稳定强度折减有限元分析[J]. 岩土力学,2010,31(7):2264-2269. (NIAN Ting-kai, WAN Shao-shi, JIANG Jing-cai, et al. Finite element analysis of slope stability under drawdown conditions by strength reduction technique[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(7): 2264-2269. (in Chinese))
- [10] 李兆平,张弥,王连俊. 考虑开挖扰动和基质吸力影响的基坑边坡安全性研究[J]. 中国安全科学学报,2000,10(5):
   13-17. (LI Zhao-ping, ZHANG Mi, WANG Lian-jun. Study on the stability of excavation slope considering the influence of excavation disturbance and matrix suction[J]. China Safety Science Journal, 2000, 10(5): 13-17. (in Chinese))
- [11] 连镇营,韩国城,孔宪京.强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报,2001,23(4):407-411. (LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4):407-411. (in Chinese))
- [12] 赵杰, 邵龙潭. 填筑和开挖边坡的稳定性分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(5): 944-950. (ZHAO Jie, SHAO Long-tan. Stability analysis of embankment and excavation slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(5): 944-950. (in Chinese))

- [13] 张祎,张绪进. 边坡开挖引起渗流场变化的有限元模拟[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2008, 27(6): 1095-1098. (ZHANG Yi, ZHANG Xu-jin. Finite element simulation analysis of seepage caused by slope excavation[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science), 2008, 27(6): 1095-1098. (in Chinese))
- [14] VAN GENUEHTEN M T. A closed form equation for prediction the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44: 892-898.
- [15] 陈卫忠, 伍国军, 贾善坡. ABAQUS 在隧道及地下工程中的应用[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2010. (CHEN Weizhong, WU Guo-jun, JIA Shan-po. Application of ABAQUS in tunnel and underground engineering[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2010. (in Chinese))
- [16] 贾苍琴,黄茂松,王贵和. 非饱和非稳定渗流作用下土坡稳定分析的强度折减有限元方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1290-1296. (JIA Cang-qin, HUANG Mao-song, WANG Gui-he. Strength reduction FEM in stability analysis of soil slopes subjected to transient unsaturated seepage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1290-1296. (in Chinese))
- [17] MANA A I, CLOUGH G W. Predicition of movements for braced cuts in clay[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, 1981, 107: 759-778.
- [18] 刘金龙,栾茂田,赵少飞,等.关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学,2005,26(8):1345-1348. (LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei, et al. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(8): 1345-1348. (in Chinese))
- [19] GRIFFITHS D V, LU N. Unsaturated slope stability analysis with steady infiltration or evaporation using elasto-plastic finite elements[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, 29(3): 249-267.

# Stability analysis of slopes excavated in saturated and unsaturated soils based on coupled consolidation theories

ZHANG Xin-gui<sup>1, 2, 3</sup>, XU Sheng-cai<sup>1</sup>, YI Nian-ping<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China; 2. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of Ministry of Education, Nanning 530004, China; 3. Guangxi Key Laboratory of Disaster Prevention and Engineering Safety, Nanning 530004, China)

**Abstract**: Among the current researches about the stability analysis of excavation slope, there are few analyses of the impacts on the stability of slope considering the factors of excavation and coupled state of stress-seepage. Therefore, according to the characteristics of seepage and shear strength in the saturated and unsaturated soils, a finite element equation is deduced for the saturated and unsaturated soils considering the coupled effect of the stress-seepage and a strength reduction finite element method is propsed to calculate the excavated slope stability. And a coupled stress-seepage analysis of an excavated slope example has been made in this study. Analysis results show that the unloading effects caused by slope excavation, to some extent, can improve the safety factors of slope calculated in the non-excavation mode. But this improvement would gradually fade and even vanish. Calculations and analysis are also made of various factors which can affect the excavated slope stability. Research results indicate that factors, such as slope excavation speed, initial water level, permeability coefficients and elastic modulus and Poisson ratio, have relatively great influences on the excavated slope stability under the coupled effect of stress-seepage and their effect patterns would be different from the conclusions made by the previous research cases.

Key words: excavated slope; unsaturated soils; coupled analysis; strength reduction method; slope stability