DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640X.2015.06.013
付长静, 李国英, 陈亮, 等. 利用温度场计算渗透流速的数学模型[J]. 水利水运工程学报, 2015(6): 88-93. (FU Chang-jing, LI Guo-ying, CHEN Liang, et al. A mathematical model for calculating penetration velocity using temperature field[J]. Hydro-Science and Engineering, 2015(6): 88-93.)

利用温度场计算渗透流速的数学模型

付长静[1,2], 李国英[1], 陈 亮[2], 赵天龙[1]
(1. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029; 2. 河海大学 土木与交通学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 通过温度场探测堤坝渗漏的技术已经得到了广泛应用,利用温度场求解相关渗流参数的理论也得到快速发展。利用温度场计算渗流参数时通常假定存在一条或多条集中的渗漏通道,并在此基础上建立数学模型,计算渗漏通道的渗透流速及渗漏流量,但这种处理方式仅对渗漏通道进行研究,得到的近似结果并不一定符合工程实际。部分学者利用热传导理论及渗流理论建立数学模型,但由于其边界条件假定过于理想,模型在应用过程中存在局限性。在总结前人研究成果的基础上,设定了更符合实际情况的边界条件,建立有限空间内基于渗流问题的二维温度场数学模型,并在一定初始条件和边界条件下解出模型的解析解,最后以西藏某水库为例,验证了该数学模型的合理性。

关 键 词: 温度场; 渗流场; 渗透流速; 边界条件; 数学模型
中图分类号: TV698 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2015)06-0088-06

近年来全球自然灾害频繁发生,Allianz SE 近期发布的一个自然灾害风险预测报告指出,洪水灾害是目前世界最频发的自然灾害之一,堤坝建设成为治理洪水灾害的一个重要举措。大坝事故和垮坝的原因主要有漫顶、管涌和渗漏、滑坡、泄洪道损坏等。根据大坝失事数据,大坝由于管涌和渗漏导致的事故和垮坝远比其他原因导致的事故要多,各种原因在大坝事故和垮坝中所占的比例见图1所示。

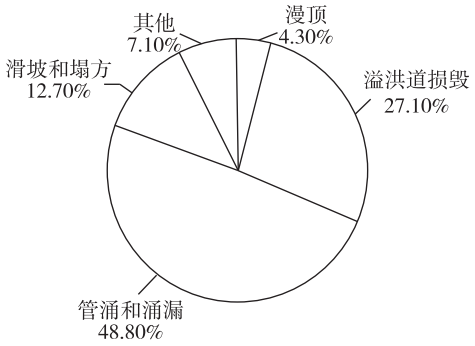


图1 不同原因造成大坝事故统计

Fig. 1 Statistical data of dam failure caused by different factors

渗透流速是重要的渗流参数,渗透流速的确定在实际工程应用中有重要意义。一般情况下,堤坝的渗透流速可在不同的试验条件下采用传统点稀释定理确定,但点稀释法测量地层渗透性分析理论存在局限性,同时采用放射性同位素作为示踪剂的方法不能大范围推广[1]。鉴于温度测量简单,参数容易获取,且温度作为天然示踪剂,不会对环境造成污染[2],近年来利用温度分析堤坝渗流参数的新方法得以迅速发展。R. G. Niswonger[3]介绍了几种温度示踪方法来估算河床渗漏和水力传导系数的概念框架,对用于温度场研究的数学模型进行了探讨,列出了相关建模方法,并给出了模型校正的方法,同时进行了灵敏度和不确定性分析;瑞典学者研究了土坝中热力学-渗流水的过程,由能量守恒方程、质量守恒方程、渗流运动方程以及初始条件、边界条件,定量描述坝基中的热流和渗流场,推导出相关的计算公式,并设计了数据计算方法及程序[4];陈建生等[5-6]将地层中集中渗漏通道看作线热源,根据渗漏通道内部的温度变化是由水流带来的,其外部温

收稿日期: 2015-01-12
作者简介: 付长静(1987—),女,吉林辽源人, 博士研究生,主要从事岩土工程测试和数值模拟研究。
E-mail:nhri_fuchangjing@163.com

度靠热传导进行，以及热传导及能量守恒理论，推导出温度在地层中的分布趋势，建立了线热源法模型；孙苏才等[7]在线热源模型研究基础上，对该模型进一步优化，并利用室内试验对优化后的方法进行了验证。曾明明等[8]考虑了水与坝体之间同时存在热传导与热对流，建立了堤坝渗漏的温度场瞬态模型，并将之应用到工程中。本文在前人研究的基础上，建立了有限空间内基于渗流问题的二维温度场数学模型，并根据初边值条件解得其解析表达式。最后以西藏某水库为例，利用该数学模型解析表达式编程求解渗透流速，并与现场试验数据对比，验证了该数学模型的合理性。

1　有限空间内二维温度场模型的建立及求解

1.1　模型假设

利用传热理论研究渗流问题时，一般只需考虑渗透流速等宏观物理量，不需要了解流体质点运动的细节，将渗流介质作为多孔介质进行研究分析。由于渗流由压力差所引起，因此传热形式属于强制对流换热。流体的速度场在强制对流换热中不依赖于温度场[9]，因此模型假定：①坝体材料均匀且各向同性；②任一横截面上水的流量与温度保持不变。③岩(土)中水的热、物性参数不随传热的进行而发生变化；④水是不可压缩的；⑤压力功黏滞损耗忽略不计。

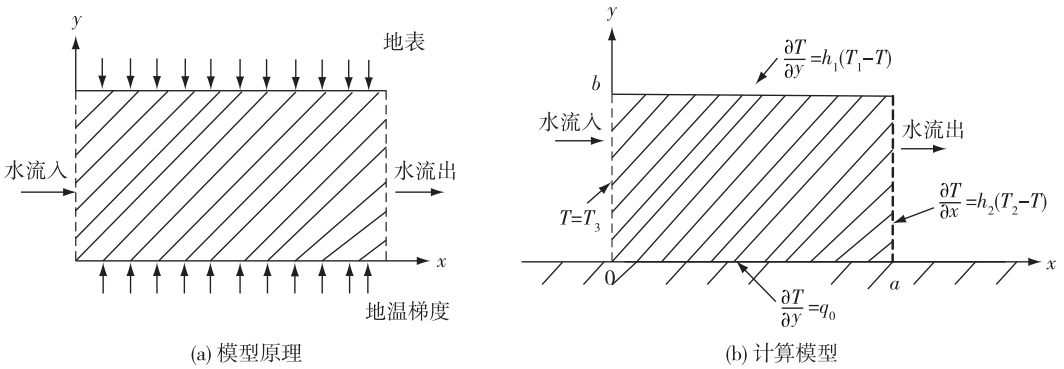
1.2　模型边界条件

在研究地层温度场和建立温度场数学模型时，都需要确定温度边界。温度场内部的温度变化是由外界气温水温变化、内部渗流水通过以及地温梯度引起变化的总和。

通常外界水温和气温的周期性变化，对土体内部温度有一定影响，影响深度与温度变化的周期有关。随着影响深度的增加，温度变化幅度呈指数减小。因此对于浅层土，这种影响不能忽略，模型考虑了外界水温和气温的影响，并且选用当地的日平均温度作为地表温度。土与水接触时可按第一类边界条件分析，假定表面温度等于水温，对于研究堤坝问题，可通过监测现场库水的温度作为边界条件。由于大地热流的热传导主要发生在垂直方向，因此地热的基流向上运动，地热流动通常比较小，文中取 $q_0=0.02\ \mathrm{W/m^2}$[10]。

1.3　模型求解

模型原理和几何计算模型见图 2。



(a) 模型原理　　(b) 计算模型

图 2　几何计算模型

Fig. 2　A computational geometry model

本文不考虑水沿土体垂直方向的流动，根据渗流理论、传热理论及给出的边界条件，研究区域的温度场的数学物理方程可以描述为：

$$\begin{cases}\lambda\left(\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)-C_w\rho_w V_x\dfrac{\partial T}{\partial x}=\rho c\dfrac{\partial T}{\partial t},\ 0<x<a,0<y<b\\ T=T_3,\ x=0\\ \dfrac{\partial T}{\partial x}=h_2(T_2-T),\ x=a\\ \dfrac{\partial T}{\partial y}=q_0,\ y=0\\ \dfrac{\partial T}{\partial y}=h_1(T_1-T),\ y=b\\ T=T_0,\ t=0\end{cases} \tag{1}$$

式中：T 为土体温度(℃)；ρ_w为水密度(kg/m^3)；c_w为水比热(J/(kg·℃))；ρ 为土体密度(kg/m^3)；c 为土体比热(J/(kg·℃))；λ 为土体热传导系数(W/(m·℃))；v_x为沿土体水平方向的流速(m/s)；T_0，T_1，T_2，T_3为土体的初始温度、地表的温度、水流出土体的温度和水流入土体的温度；h_1为土体与大气压下气体之间的对流换热系数(W/(m^2·℃))，h_2为土体与水之间的对流换热系数(W/(m^2·℃))；解 $T(x,y,t)$得到基于有限空间内基于渗流的二维温度场模型的解析表达式：

$$T(x,y,t)=4T_0\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\exp\left(-\dfrac{\lambda}{c\rho}(\beta_m^2+\gamma_n^2)t+\alpha(x+a)\right)\sin x\zeta_1\cos\gamma_n y(\cos\gamma_n b-1)\sin a\zeta_1\dfrac{(\gamma_n^2+h_1^2)}{b(\gamma_n^2+h_1^2)+h_1}}{\alpha[(\exp(\alpha a)-1)(\alpha^2-2\beta_m^2)-\exp(\alpha a)\cos 2a\zeta_1+1]-2\exp(\alpha a)\zeta_1\sin 2a\zeta_1}\right\}+$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\begin{bmatrix}\alpha\exp(\alpha a)\sin a\zeta_2-\zeta_2\times\\(\exp(\alpha a)\cos a\zeta_2-1)\end{bmatrix}\exp(\alpha x)\sin x\sqrt{\alpha^2-\beta_n^2}\begin{Bmatrix}h_1\beta_n T_1(\exp(\beta_n y)+\exp(-\beta_n y))+q_0(h_1-\beta_n)\times\\[\exp(\beta_n(y-b))-\exp(\beta_n(b-y))]\end{Bmatrix}}{2\zeta_2^2(h_1\beta_n+\beta_n^2)(\exp(\beta_n b)+\exp(-\beta_n b))}+$$

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left\{\frac{[h_2T_2-T_3(\alpha-\zeta_3+h_2)]\exp\alpha(a+x)\ [\exp\zeta_3(x-a)+\exp\zeta_3(a-x)]}{(h_2+\alpha+\zeta_3)\exp((\alpha+\zeta_3)a)-(h_2+\alpha-\zeta_3)\exp((\alpha-\zeta_3)a)}\right\} \tag{2}$$

式中：$\zeta_1=\sqrt{\left(\dfrac{c_w\rho_w v_x}{2\lambda}\right)^2-\beta_m^2}$，$\zeta_2=\sqrt{\left(\dfrac{c_w\rho_w v_x}{2\lambda}\right)^2-\beta_n^2}$，$\zeta_3=\sqrt{\left(\dfrac{c_w\rho_w v_x}{2\lambda}\right)^2-\gamma_m^2}$，$\alpha=\dfrac{c_w\rho_w v_x}{2\lambda}$，其中$\beta_n$，$\gamma_n$，$\beta_m$，$\gamma_m$可根据文献[11]查表确定。由式(2)可见温度场中的温度是渗流场中渗透流速的函数，温度场的分布随着渗透流速的变化而变化。

2 模型验证

2.1 现场试验

某水库位于西藏，坝址高程 3 790 m，是以灌溉为主的中型水库。大坝建成以来坝脚处出现了渗水现象，开挖结果显示有渗水从排水棱体中流出，由于渗漏范围大，无法判断具体的渗漏位置及渗透流速，因此需要进行检查。

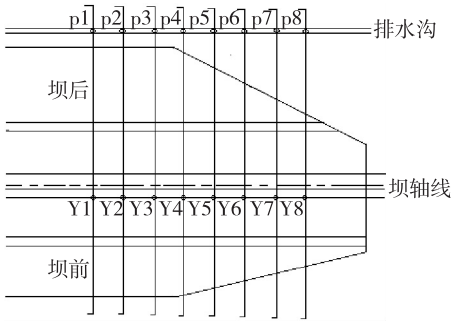


图 3 勘探孔、出水口示意

Fig. 3 Schematic diagram of borehole and water outlet

现场进行了渗透流速测定，流速测试的主要过程是在裸孔或带有滤水管的钻孔中投放示踪剂，每米测定示踪剂在钻孔中的浓度，利用一定时间后钻孔中示踪剂的浓度变化来求得钻孔渗透流速，结合多个钻孔不同深度的流速数据可以得到流速在深度方向与平面方向上的分布。现场流速测试主要在大坝观测孔及坝上勘探孔中进行，观测孔编号 Y1～Y8(见图 3)。

通过对现场单孔稀释试验得到的勘测孔的实际渗透流速分析，可得 Y4～Y6 地表下 20 m 附近存在渗漏区域。本文拟利用所推数学模型主要计算 Y4，Y5，Y6 的渗透流速，并与实测值进行对比，验证模型的合理性。

2.2　理论计算

在实际工程中，坝体浸润线通常为土体中渗流水的自由表面，在横断面上为一条曲线，但在土体内局部区域，可将其视为多条平行的直线，同时按浸润线将土层分成若干个单元土层，根据各单元土层内实测的温度值、库水实测温度及排水沟实测温度，利用式(2)可求得每个单元土层的渗透流速，进而得出整个坝体的横剖面内的流场分布。计算模型简图见图 4。

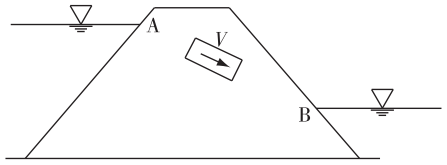


图 4　理论计算模型简图

Fig. 4　Simplified figure of a theoretical model

因单元土层厚度足够小，因此在误差允许范围内，表达式中 T 值可由现场监测孔的温度监测值(表)代替。表达式的其他计算参数 $P_w=1\ 000\ kg/m^3$，$C_w=4\ 200\ J/(kg\cdot K)$，$h_1=8.8\ W/(m^2\cdot ℃)$，$\rho=2\ 200\ kg/m^3$，$h_2=4.19\times10^3\ W/(m^2\cdot K)$，$q_0=0.02\ W/m^2$，$\lambda=0.988\ W/(m\cdot ℃)$。

根据模型假定，实际计算过程中 T_1 由当地日平均气温监测资料获得。T_3 为库水温度，经测量库水温度值为 14.4 ℃。T_2 为排水沟测孔温度，P4，P5，P6 的排水沟温度实测值分别为 13.6，14.3 和14.5 ℃。$q_0=0.02\ W/m^2$，由于计算结果过多，此处将不再详细列出渗透流速计算结果。

表 1　各钻孔温度实测值

Tab. 1　Measured temperature of boreholes

孔深/m	温度/℃			孔深/m	温度/℃			孔深/m	温度/℃		
	Y4	Y5	Y6		Y4	Y5	Y6		Y4	Y5	Y6
13	15.5	15.4	10.0	19	15.4	13.8	10.6	25	15.7	14.7	15.0
14	15.6	15.5	10.1	20	15.3	13.6	14.4	26	15.3	13.8	14.7
15	15.6	15.6	10.2	21	15.3	13.5	14.7	27	15.2	14	14.3
16	15.6	15.4	10.3	22	15.3	14.5	15.2	28	15.2	14.3	13.5
17	15.6	14.7	10.4	23	15.3	15.9	15.2				
18	15.5	14.2	10.5	24	15.3	15.8	15.2				

本文利用 Y4～Y6 孔的渗透流速实际测定值与理论计算值绘制出相应的流速对比图，如图 5 所示。

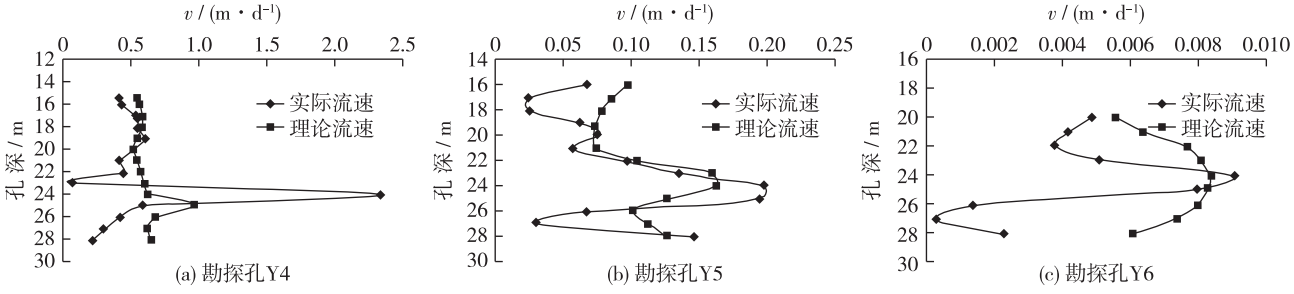


图 5　勘探孔 Y4～Y6 流速曲线对比

Fig. 5　Contrast figure of permeability velocity curves in Y4～Y6

由图 5 可见，在实际渗透流速曲线中，孔深 25 m 左右出现一处约 2 m/d 的大流速。利用模型计算的流速值也可看出该点流速大于其他测点流速，说明该处存在渗漏问题。Y5 实际流速较小，但 20～25 m 深度区域相对其他区域流速较大，约 0.2 m/d。通过模型计算也可看出该区流速异常，最大流速值为 0.16 m/d。Y6 孔也显示出相同情况。

通过以上 3 孔可以看出,理论分布曲线与实测曲线趋势大致相同,且理论流速值与实测值数量级大致相同,在误差允许范围内。以上结果论证了理论模型的合理性,说明其具有工程实用性。

3 结 语

本文在前人研究的基础上,建立了有限空间内基于堤坝渗流问题的二维温度场数学模型,并在初边界条件下,得到该数学模型的解析表达式。结合工程实例针对建立的二维模型进行验证。通过工程实例对比分析可知,利用该数学模型求解的渗透流速值与现场试验测得的流速值数量级大致相同,在误差允许的范围内,该模型合理,且具有工程应用价值。

参 考 文 献:

[1] 陈建生, 杨松堂, 凡哲超. 孔中测定多含水层渗透流速方法研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(3): 327-330. (CHEN Jian-sheng, YANG Song-tang, FAN Zhe-chao. Researches on measuring seepage velocity in the borehole of multi-aquifer[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(3): 327-330. (in Chinese))

[2] 吴志伟, 宋汉周. 地下水温度示踪理论与方法研究进展[J]. 水科学进展, 2011, 22(5): 733-740. (WU Zhi-wei, SONG Han-zhou. Temperature as a groundwater tracer: Advances in theory and methodology[J]. Advances in Water Science, 2011, 22(5): 733-740. (in Chinese))

[3] NISWONGER R G, PRUDIC D E. Modeling heat as a tracer to estimate streambed seepage and hydraulic conductivity[M]. // STONESTROM D, A, CONSTANTZ J. Heat as a tool for studying the movement of ground water near streams, USGS Water Circular 1260, Appendix B,2003.

[4] NAGAO T, UYEDA S. Heat flow measurements in the northern part of Honshu using shallow holes[J]. Tectonophysics, 1989, 164: 301-314.

[5] 陈建生, 董海洲, 吴庆林, 等. 虚拟热源法研究坝基裂隙岩体渗漏通道[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(22): 4019-4024. (CHEN Jian-sheng, DONG Hai-zhou, WU Qing-lin, et al. Detection of leakage passage fissure rock with assumptive heat source method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(22): 4019-4024. (in Chinese))

[6] 董海洲,陈建生. 堤坝管涌渗漏持续线热源模型研究[J]. 科技导报, 2006, 24(2): 50-52. (DONG Hai-zhou, CHEN Jian-sheng. Study on line-heat-resource model on piping leakage of dam and dyke[J]. Research Academy, 2006, 24(2): 50-52. (in Chinese))

[7] 孙苏才, 董海钊, 陈小林, 等. 堤坝渗漏热源传热模型优化分析[J]. 人民黄河, 2014, 36(6): 30-32. (SUN Su-cai, DONG Hai-zhao, CHEN Xiao-lin, et al. Optimization analysis of line-heat-source conductive model for dam leakage[J]. Yellow River, 2014, 36(6): 30-32. (in Chinese))

[8] 曾明明, 陈建生, 王婷, 等. 堤坝渗漏瞬态温度场模型[J]. 水利水电科技进展,2013, 33(4): 10-13. (ZENG Ming-ming, CHEN Jian-sheng, WANG Ting, et al. Transient temperature field model for dam seepage[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013, 33(4): 10-13. (in Chinese))

[9] 陆艳梅, 陈建生, 董海洲, 等. 大坝渗漏传热模型及拉氏变换解[J]. 岩土工程学报,2007, 29(2): 274-278. (LU Yan-mei, CHEN Jian-sheng, DONG Hai-zhou, et al. Laplace solution for heat transfer model of dam leakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(2): 274-278. (in Chinese))

[10] 吴勇. 利用温度场探测土石坝渗透系数的正反演研究[J]. 中国水运, 2010, 10(2): 93-97. (WU Yong. Laplace solution for heat transfer model of dam leakage[J]. China Water Transport, 2010, 10(2): 93-97. (in Chinese))

[11] 奥齐西克 M N. 热传导[M]. 俞昌铭, 译.北京: 高等教育出版社, 1984. (OZISIK M N. The heat conduction[M]. Translated by YU Cang-ming. Beijing: Higher Education Press, 1984. (in Chinese))

A mathematical model for calculating penetration velocity using temperature field

FU Chang-jing [1,2]，LI Guo-ying[1]，CHEN Liang[2]，ZHAO Tian-long[1]

(1. *Nanjing Hydraulic Research Institute*, *Nanjing* 210029, *China*; 2. *College of Civil and Transportation Engineering*, *Hohai University*, *Nanjing* 210098, *China*)

Abstract: Detecting dam leakage through the temperature field has a wide range of applications to practical works, and the theory using temperature field to solve seepage parameters is also developed rapidly. Scholars use temperature field to calculate seepage parameters. They assume that there are one or more leakage passages to establish a mathematical model which is used to calculate seepage velocity and seepage discharge. But this approach is only for dealing with problems of leakage channel, and this computation can't be applied to all projects. Some of the scholars have established the mathematical models by using heat transport theory and percolation theory. However, those models are difficult to apply to solving all practical problems in engineering works because their boundary conditions are too ideal. Based on the summarization of previous findings, we have established a two-dimensional temperature model of the dam in semi-infinite space, and obtained the analytical expressions of the temperature in the initial boundary conditions in this study. At last, taking a reservoir project in Tibet as an example, the rationality of the application of this model to practical works is verified.

Key words: temperature field; seepage field; permeability velocity; boundary conditions; mathematical model

·简讯·

大型专业辞书《水利大辞典》出版发行

一部系统介绍当代水利科学技术的大型专业辞书《水利大辞典》，在纪念水利高等教育百年、河海大学百年校庆的前夕正式发行了。该书是在上海辞书出版社 1994 年出版的《水利词典》基础上，由河海大学组织学校相关学科教师百余人精心编纂修订而成的，由姜弘道教授、唐洪武教授担任执行主编。这是进入 21 世纪以来，我国总结水利科技发展、普及水利科技知识、传承水利科技文化的又一标志性力作。该书特别适合具有中等以上文化程度的水利工作者以及中等以上水利类专业的教师、学生阅读和使用。

新出版的《水利大辞典》内容全面、选词科学、取材精当、格式规范、资料新而丰富。具有如下学科特点和时代特色：

(1)反映现代水利新发展。在基本保持原《水利词典》框架的基础上，根据水利事业的新发展，由原来的 5 类 23 个分支调整为 8 类 31 个分支。调整后的分支学科包括：水利(综合)，水利史；水文学，水资源，地质；工程力学，水力学，河流动力学，土力学，岩石力学，工程结构，水工材料；防洪抗旱，农业水利，城市水利，给水排水工程，水力发电，水电设备，水工建筑物，水利工程施工；海洋水文学与海岸动力学，港口，航道，河口，海岸；环境水利，生态水利；水利经济，水利管理；水利科技，水利信息化，水文化等，很好地体现了现代水利的新发展。

(2)词目更新与时俱进。在不大量增加《水利词典》词目总量和总字数的基础上，通过删旧增新，重点增加了近 20 年来水利学科与水利事业新领域中的词目，新增词目近三分之一。

(3)释文内容修订更新。对 20 年前出版的《水利词典》老词条逐条仔细审视，决定取舍，更新内容，核准数据，反复修改。全书共收编词目 4 700 余条，计 142 万字。

(4)附录资料数据可靠。全书 12 个附录，除保留《中国分区水资源总量估算》外，其余附录均根据最新资料和数据作了大幅度的修订和更新，包括中国水利史略年表、中国总库容 20 亿 m^2 以上的水电站大型水库、中国高度 100m 以上的大坝、中国装机容量 25 万 kW 以上的抽水蓄能电站、中国装机容量 25 万 kW 以上的水电站、国外总库容大于 300 亿 m^3 立方米上的大型水库、国外高度 220 m 以上的大坝、国外装机容量 200 万 kW 以上的水电站、国外主要港口、中国主要水利及相关期刊、国外主要水利及相关期刊。此外还附有词目英汉对照索引、词目音序索引。

《水利大辞典》的出版是一项充分体现河海大学专业特色的文化工程，又是一项专业面宽、参编人员多、十分耗时费力的编纂工作。有近 60 位河海大学各学科的学术带头人、学术骨干参加了《水利大辞典》的编撰和修订；有 80 位专家，包括特聘的校外专家，参加了《水利大辞典》的三轮审稿。他们严谨治学、字斟句酌、反复推敲、认真审订，为保证和提升《水利大辞典》的编纂质量发挥了关键性的作用。

(河海大学《水利大辞典》修编办公室供稿)

(联系人：马敏峰，025-83787381)