

DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640X.2015.02.012

张宏伟, 曹智, 程玉竹, 等. 基于拓扑优化方法的开挖边坡设计[J]. 水利水运工程学报, 2015(2): 73-78. (ZHANG Hongwei, CAO Zhi, CHENG Yu-zhu, et al. Slope design based on a topology optimization method[J]. Hydro-Science and Engineering, 2015(2): 73-78.)

基于拓扑优化方法的开挖边坡设计

张宏伟, 曹智, 程玉竹, 杨恒

(重庆交通大学 水利水运工程教育部重点实验室, 重庆 400074)

摘要:提出了应用拓扑优化方法设计边坡的方法,并运用基于刚度的拓扑优化方法对一开挖边坡进行优化设计,分析了边坡优化过程中材料密度的变化以及应变能随优化区体积的变化规律,对比分析了边坡拓扑优化设计前后的应变能与水平位移。通过强度折减法计算分析了传统开挖边坡设计与拓扑优化设计边坡的稳定性。边坡拓扑优化设计沿原坡面进行删减单元,未出现空洞现象。优化后的坡体趋于三角形,应变能最大值减小,横向位移分布较为均匀,可以认为使用拓扑优化方法对开挖边坡进行优化是可行的。在坡顶荷载作用下,边坡比随高程而变,且上部坡比较小。拓扑优化设计的边坡在开挖区域内以及整个设计土坡的安全系数与在开挖同样体积下传统边坡设计的安全系数相差较小,拓扑优化设计的开挖边坡滑弧较不明显,并且拓扑优化方法在边坡设计时较好地考虑了边坡的土体材料特性及边坡的应变能。

关键词: 边坡设计; 拓扑优化; 开挖边坡; 强度折减法; 应变能

中图分类号: TU413.6⁺2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2015)02-0073-06

开挖边坡的设计主要考虑在开挖过程以及工程运行条件下的边坡稳定性。边坡稳定性的确定分析方法有极限平衡法、数值分析及优化算法。边坡的设计多集中在对坡角与平台的设计^[1-2],所考虑的优化设计也主要是在满足稳定的条件下使工程费用最低^[3-4],均未涉及到拓扑优化算法。

拓扑优化方法在水利水电工程的应用主要集中在重力坝剖面设计、拱坝拱圈设计以及水闸的优化设计中^[5-11],对坝坡剖面的优化设计是可行的,因此可以得知运用拓扑优化方法对开挖边坡进行优化设计在理论上也是可行的。

1 开挖边坡优化设计

1.1 基于刚体的拓扑优化算法

基于刚度的算法计算原理^[12],目标函数和约束函数分别为:

$$\min C = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i = \sum_{i=1}^N (\rho_i)^p \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_0 \mathbf{u}_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^N \rho_i v_i f V_0, \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}, \mathbf{k}_i = (\rho_i)^p \mathbf{k}_0, 0 \leq \rho_{\min} \leq \rho_i \leq \rho_{\max} \quad (2)$$

式中: C 为结构柔度的应变能(mJ); $\mathbf{U}, \mathbf{F}, \mathbf{K}$ 分别为位移矢量、力矢量和结构刚度矩阵; N 为单元总数目; \mathbf{u}_i 为第*i*个节点位移矢量; $\mathbf{k}_0, \mathbf{k}_i, v_i$ 分别为单元初始刚度矩阵、优化后的刚度矩阵和优化后的单元体积; V, V_0 分别为优化前后体积; f 为优化体积比; ρ_i 为第*i*单元的相对密度; ρ_{\min} 为单元密度下限值,用来防止出现病态矩

收稿日期: 2014-07-03

作者简介: 张宏伟(1989-),男,安徽阜阳人,硕士研究生,主要从事水工结构与岩土工程仿真方面的研究。

E-mail: ahfyzhang123@163.com

阵,计算时可取很小的接近于0的正数; ρ_{\max} 为单元密度上限值,取接近1的正数; p 为惩罚因子,用于减少处于中间单元密度的单元数量,并使结果接近于0/1分布。

从式(1)和(2)可以看出,通过调整单元的刚度进行整个模型优化区域的优化,在初始刚度为 k_0 时,逐渐调整单元密度,进而调整单元的刚度,当单元的刚度小于一定阈值时,可认为该单元对模型的整体刚度没有影响,故可以删除,以此保持模型整体上达到某种程度的最优。

1.2 模型的建立

本文采用坡高为10 m,坡角为 45° 的均质土坡。同时,在坡顶距坡肩5 m处加均布压力80 kN,用于模拟边坡施工、运行等各方面所受到的作用荷载,具体模型见图1(a)。其中,红色区域为拓扑优化的开挖区域。整个模型所受的重力加速度为 9.8 m/s^2 ,底部为 xy 两个方向的约束,左右两侧为 x 方向的约束。采用四边形平面应变CPE4单元,单元数9 475个,节点数9 681个,其中,优化区域单元数5 775个,节点数5 928个。

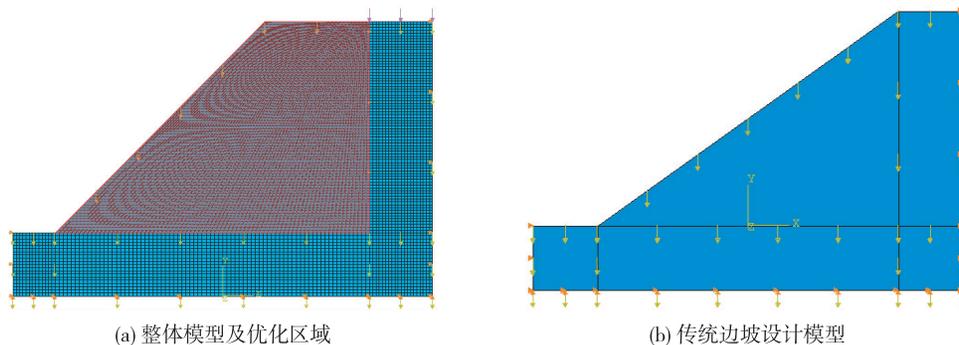


图1 计算模型

Fig. 1 Calculation models

均质土坡的本构关系采用线弹性本构关系,具体参数为:密度 $2\ 100 \text{ kg/m}^3$,弹性模量 100 MPa ,泊松比 0.2 ,黏聚力 12.38 kPa ,内摩擦角 20° 。线弹性本构用于边坡拓扑优化设计,摩尔库伦本构用于边坡强度折减。

本优化模型采用的约束条件为原坡体优化区域面积减少30%,即开挖面积为优化面积的30%。其目标函数为整个模型应变能达到最小值。所有单元的应变能之和即为结构挠性及刚性的量度。顺从性与刚度成反比,通过最小化顺从性计算最大化全局刚度,从而使应变能达到最小。

由基于刚度拓扑优化算法的目标函数可知,若优化应变能矩阵 C ,则位移矩阵 U 同时得到优化,而位移矩阵 U 包括水平位移 U_x 与竖向位移 U_y ,由胡可定律可知,在优化竖向位移的同时水平位移也得到了优化。故应变能达到最小值时,模型的水平位移也得到优化。边坡设计主要是减少其水平位移,提高安全系数,保证边坡的稳定。因此,在开挖边坡优化设计中,可以选择整个模型的应变能作为拓扑优化的目标函数。

1.3 结果分析

1.3.1 优化过程分析

优化过程中,材料密度较小的单元逐渐被删除,此类单元称作为软化单元,其单元刚度较小,对计算结果几乎没有影响。通过对软化单元的删除,逐渐实现拓扑优化。

模型应变能随优化区面积变化见图2。从图2可见,随优化区域体积的减少,整个模型应变能变小,并且优化初期应变能变化较大,后期趋于稳定。由于目标函数是应变能最小,这就说明应变能函数沿着下降最快的方向进行,进而使得优化区

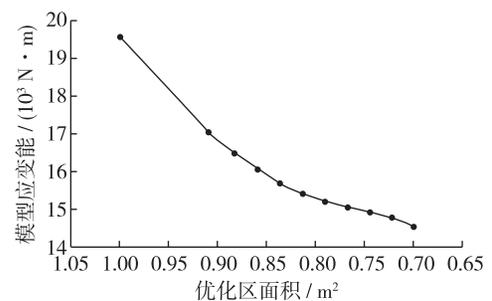


图2 模型应变能与优化区面积的关系

Fig. 2 Relationship between strain energy and optimization area

域内部体积减少最小, 而应变能变化最大。

优化过程中土体横向位移变化见图 3。从图 3 可见, 初始优化时, 软化单元在坡肩的位置, 该位置的水平位移相对较大。随着优化分析的进行, 原坡面表面的土层渐渐被删除, 优化坡面成形。这主要是由于本优化设计的目的是为了优化区域内的面积减少到原来的 70%, 其目标函数为使整个模型应变能达到最小值, 这样就使得在计算过程中, 逐渐减少应变能较大区域的密度。

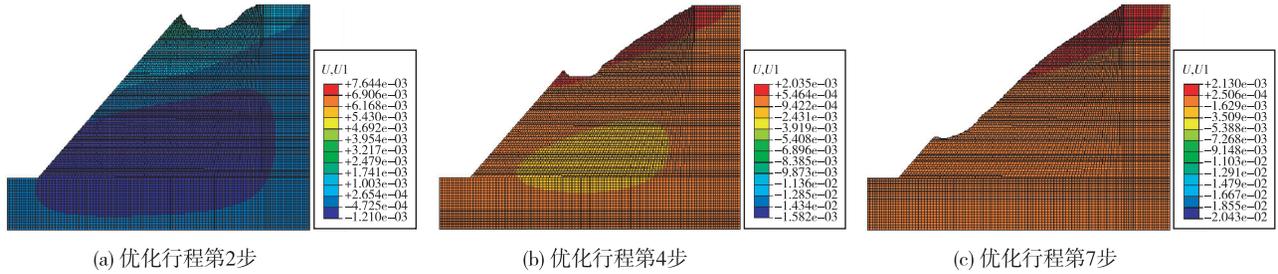


图 3 优化过程中土体横向位移

Fig. 3 Lateral displacement of soil mass in optimization

同时, 对于 10 m 的土坡一般采用分级开挖, 而分级开挖放坡时, 一般为上缓下陡。本优化过程共用了 10 步, 每次计算都是将应变能最大的软化单元删除, 在每一步中都会出现开挖现象, 这说明了其在每一步优化过程后的形状可以作为分级开挖的断面图, 但是仍不能设计开挖边坡平台, 需要进一步研究。

1.3.2 优化结果分析 拓扑优化的材料密度分布见图 4, 可看出红色区域的材料密度为 1, 而原坡面处的材料密度可认为是 0。当开挖优化区域体积减少至原来的 70% 时, 其优化方式沿着原坡面进行优化, 而优化区域内未出现空洞。

优化前后, 土体应变能和横向位移变化分别见图 5 和 6。

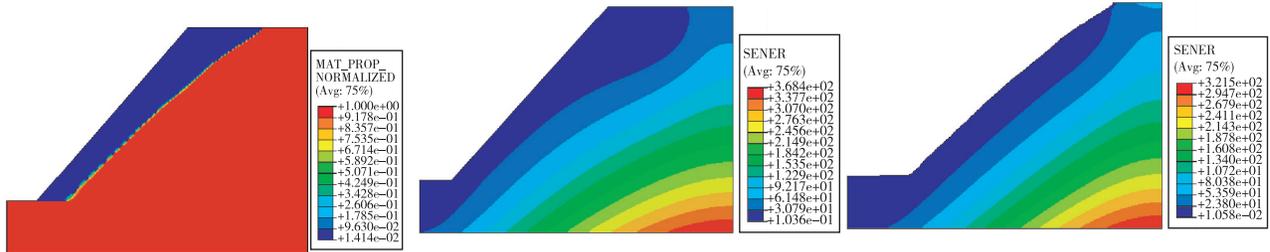


图 4 优化后土体密度分布

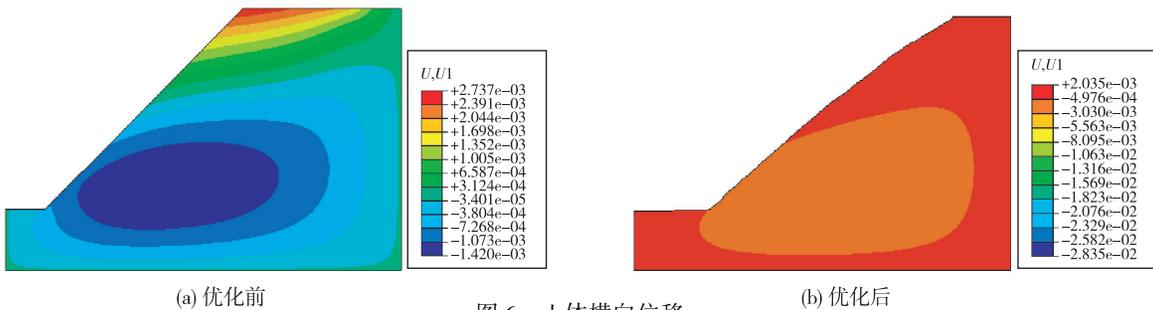
Fig. 4 Soil density distribution after topological optimization

(a) 优化前

(b) 优化后

图 5 土体应变能

Fig. 5 Strain energy of soil mass



(a) 优化前

图 6 土体横向位移

(b) 优化后

Fig. 6 Lateral displacement of soil mass

从图 5 可见, 在坡顶竖向均布荷载作用下, 坡体深处出现了应变能最大值为 368.4 N·m, 同时, 引起坡体

应变能的三角形分布。优化后,应变能最大值为 $321.5 \text{ N}\cdot\text{m}$,且应变能最大值区域小于优化前的坡体。从图6可见,优化前,边坡沿 x 正方向最大横向位移为 2.73 mm ,其位置在原坡肩处,这主要是由于坝顶均布荷载作用下,其下部坡体出现沿 x 正方向的位移,使得坡肩出现沿 x 正方向的位移,而在坡脚处出现了沿 x 负方向的位移,其最大值为 1.42 mm 。开挖优化后,边坡的横向最大位移达到了 0.1 mm 数量级,坡体的横向位移较为均匀。

从优化结果可见,整个边坡外表面并不是一条直线,而是上部较缓、下部较陡的曲线,可以认为,在坡顶荷载作用下,边坡坡比是变化的,且上部坡比较小。优化后的整个坡体趋近于三角形形状,应力较为均匀。

2 优化开挖边坡与传统开挖边坡对比

拓扑优化算法设计开挖边坡能较好地体现出边坡的材料特性、应力、应变以及应变能等,模拟设计出的开挖边坡能较好地接近于自然边坡,而这些都是传统边坡设计中无法企及的。就本例模型而言,若是在优化开挖区域开挖 30% 的土体,则保持坡角最小情况下的模型应如图 1(b) 所示。在图 1(b) 中,将坡比考虑为定值,优化区域的上部跟底部分别向 x 正方向开挖 5 m 与 1 m 。由于是仅对拓扑优化区域进行了优化,故运用强度折减法对图 1(b) 模型与拓扑优化后的模型进行计算(只针对原优化区域内的土体进行折减),其余材料仍按线弹性考虑。计算结果见图 7。

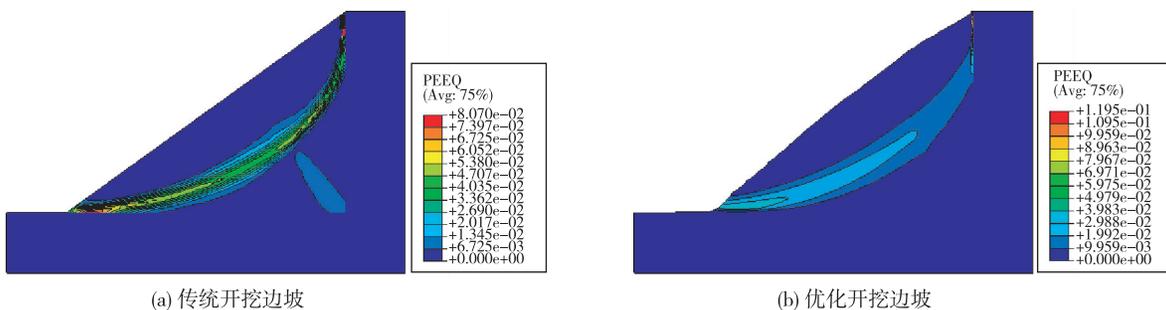


图7 土坡优化区域强度折减后 PEEQ 云图

Fig. 7 PEEQ cloud chart after strength reduction for optimization area

由图 7 可见,传统开挖边坡有明显的贯通滑弧,并且在坡角处有明显的塑性应变,其安全系数为 1.042 。而经过优化的边坡没有出现贯通滑弧,在坡肩处出现了塑性区,其安全系数为 1.023 ,但是这个塑性区内塑性应变较大。同时,由于开挖设计针对整个土坡而言,故运用强度折减法计算传统设计边坡与拓扑优化设计边坡的稳定(考虑整个土坡,见图 8)。

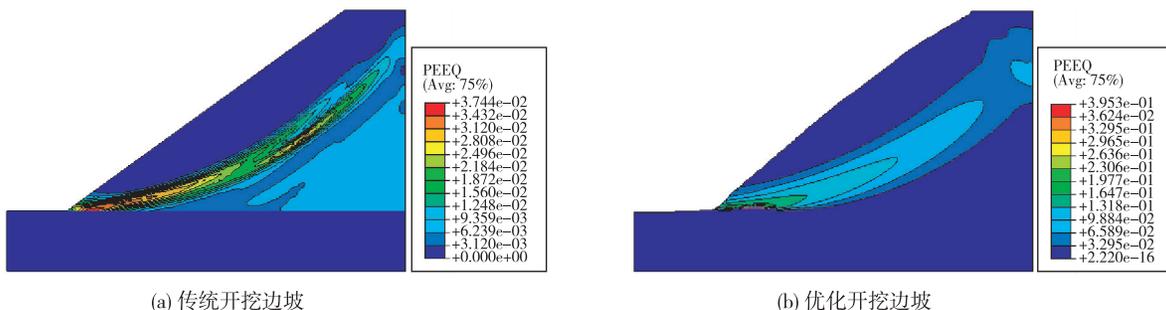


图8 全部土坡强度折减后 PEEQ 云图

Fig. 8 PEEQ cloud chart after strength reduction for slope

由图 8(a) 可知,传统设计边坡产生了明显的贯通塑性区,其安全系数为 1.027 ,且坡脚处等效塑性应变

值较大。由图8(b)可知,拓扑优化设计边坡的塑性贯通区较不明显,但是其塑性区值较高,其安全系数为1.062。综上所述,传统设计边坡与拓扑优化设计边坡应用强度折减法计算的安全系数相差较小,拓扑优化设计方法对开挖边坡的设计是可行的。

3 结 语

基于刚度的拓扑优化方法优化开挖边坡设计时,保证在体积减少到预定值时应变能最小,从而实现了边坡的优化。其主要结论如下:

(1)拓扑优化删除的软化单元沿着原坡面,优化后的坡体趋于三角形,应变能最大值减小,横向位移分布较为均匀,水平应力值减小。就优化区域内的稳定而言,优化的开挖边坡稳定性较好。

(2)开挖优化设计边坡外表面并不是一条直线,而是上部较缓,下部较陡的曲线,可以认为在坡顶荷载作用下,边坡坡比是变化的,且上部坡比较小。

(3)在边坡优化设计时,优化模型土体本构关系没有考虑到土体的塑性与破坏准则,需进一步探讨。同时,对于边坡分级开挖的平台设计仍需进一步研究。

参 考 文 献:

- [1] 刘焕新,蔡美峰,郭奇峰. 渗流作用下边坡稳定性模糊评判与边坡角优化[J]. 有色金属:矿山部分, 2013(3): 66-69. (LIU Huan-xin, CAI Mei-feng, GUO Qi-feng. Fuzzy judgment on slope stability and slope angle optimization under the seepage action[J]. Nonferrous Metal(Mining Section), 2013(3): 66-69. (in Chinese))
- [2] 李云,杨珊,钟福生. 基于有限元与极限平衡分析的露天矿边坡角优化[J]. 中国安全科学学报, 2012(2): 145-150. (LI Yun, YANG Shan, ZHONG Fu-sheng. Rock slope angle optimization based on finite element method and limit equilibrium theory [J]. China Safety Science Journal, 2012(2): 145-150. (in Chinese))
- [3] 夏元友,孙锡民,蒋超,等. 含弱面岩质路堑边坡开挖坡角优化设计方法及应用[J]. 公路交通科技, 2006(10): 25-28. (XIA Yuan-you, SUN Xi-min, JIANG Chao, et al. High slope optimization design and engineering application based on expectation cost[J]. Port & Waterway Engineering, 2006(10): 25-28. (in Chinese))
- [4] 叶万军,折学森,陈志新,等. 基于可靠度理论的黄土高边坡优化设计[J]. 地球科学与环境学报, 2005(2): 82-85. (YE Wan-jun, SHE Xue-sen, CHEN Zhi-xin, et al. Optional design of high loess slope in highway based on reliability method[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2005(2): 82-85. (in Chinese))
- [5] 刘小强,周世良,尚明芳,等. 基于期望造价的高边坡优化设计及工程应用[J]. 水运工程, 2011(12): 25-29, 35. (LIU Xiao-qiang, ZHOU Shi-liang, SHANG Ming-fang, et al. Design method of optimum stable excavating angle of rock slopes containing weak surfaces and its application[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011(12): 25-29, 35. (in Chinese))
- [6] 贺弘扬. 基于拓扑优化理论的双斜支臂水工弧形钢闸门设计[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2013. (HE Hong-yang. Topology optimization based approach for design of a hydraulic steel radial gate with two oblique arms[D]. Yangling: Northwest A & F University, 2013. (in Chinese))
- [7] 孙蓓. 连续体结构拓扑优化理论研究及其在水利工程中的应用[D]. 南京:河海大学,2005. (SUN Bei. Topology optimum design theory of continuum structure and it's application to hydraulic engineering[D]. Nanjing: Hohai University, 2005. (in Chinese))
- [8] 朱军祚. 大型水工弧形钢闸门的拓扑优化与分析[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2007. (ZHU Jun-zuo. Topology optimization and analysis of large-scale hydraulic radial steel gate[D]. Yangling: Northwest A & F University, 2007. (in Chinese))
- [9] 肖卫华. 拓扑优化理论及其在水工闸门优化设计中的应用[D]. 南京:河海大学,2007. (XIAO Wei-hua. Topology optimum design theory and its application to optimization design of hydraulic gate[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese))
- [10] 穆春燕,苏超,王海青. 拓扑优化方法的研究进展及在水工结构设计中的应用[J]. 水力发电, 2006(5): 67-70. (MU Chun-yan, SU Chao, WANG Hai-qing. Topology optimization methods and their applications to hydraulic engineering[J]. Water Power, 2006(5): 67-70. (in Chinese))
- [11] 张超. 弧形水工钢闸门拓扑优化研究[D]. 杨凌:西北农林科技大学,2011. (ZHANG Chao. Topology optimization of

- hydraulic steel arch gate[D]. Yangling: Northwest A & F University, 2011. (in Chinese))
- [12] 刘立美,焦爱胜,严慧萍. 基于 ABAQUS 的提升机箱体有限元分析和结构拓扑优化设计[J]. 矿山机械 2013,47(9): 52-55. (LIU Li-mei, JIAO Ai-sheng, YAN Hui-ping, et al. FEA and structural topology optimization design of hoist housing based on ABAQUS[J]. Mining & Processing Equipment, 2013, 47(9): 52-55. (in Chinese))

Slope design based on a topology optimization method

ZHANG Hong-wei, CAO Zhi, CHENG Yu-zhu, YANG Heng

(Key Laboratory of Hydraulic and Waterway Engineering of the Ministry of Education, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: A topology optimization method for designing the excavation slope is put forward, and topology optimization method based on the stiffness in the optimization module of Abaqus has been used to optimally design an excavation slope. The change in the material density and the strain energy changing with the optimization of volume is analyzed in the process of topology optimization. The strain energy and horizontal displacement of the slope before and after topology optimization design are compared and analyzed. And the stability of the conventional method and the topology optimization method for designing the excavation slope is analyzed by the strength reduction method. The topology optimization method for designing the excavation slope reduces element along with the original slope and the optimization area of the slope has no phenomenon of cavitation. The slope after topology optimization tends to be triangle and lateral displacement distribution becomes uniform, so the topology optimization method for designing the excavation slope is feasible. The slope ratio is changing, and the upper slope ratio is smaller. The safety factor of the optimizing area and the slope designed by the topology optimization is equal to the safety factor for the slope designed by the conventional method in the excavation under the same volume. The sliding arc of the excavation slope designed by the topology optimization is less obvious than that of the slope designed by the conventional method. The topology optimization method for designing the excavation slope can well consider the material properties of the slope soil and the strain energy of the slope in the design.

Key words: slope design; topology optimization; excavation slope; strength reduction method; strain energy