

DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640X.2015.01.009

张志昌, 贾斌, 李若冰, 等. 抛物线形渠道的水力特性[J]. 水利水运工程学报, 2015(1):61-67. (ZHANG Zhi-chang, JIA Bin, LI Ruo-bing, et al. Hydraulic characteristics of parabolic channels[J]. Hydro-Science and Engineering, 2015(1):61-67.)

抛物线形渠道的水力特性

张志昌, 贾斌, 李若冰, 杨欢

(西安理工大学, 陕西 西安 710048)

摘要: 通过积分和数值积分研究了 n 次抛物线形渠道湿周的计算, 根据明渠均匀流理论研究了 n 次抛物线形渠道的正常水深; 根据明渠临界水深和水跃共轭水深的理论, 研究了 n 次抛物线形渠道的临界水深、弗劳德数以及水跃共轭水深的计算方法。给出了 n 次抛物线形渠道湿周、正常水深、临界水深、弗劳德数和水跃共轭水深的通用计算式, 给出了水跃共轭水深的迭代式, 证明了迭代式的收敛性, 通过实例验证了计算式的正确性。本研究提出的 n 次抛物线形渠道的正常水深、临界水深、弗劳德数和水跃共轭水深的计算方法具有通用性, 计算简单、精度高, 可以应用于实际工程。

关键词: n 次抛物线形渠道; 正常水深; 临界水深; 弗劳德数; 共轭水深; 水力特性

中图分类号: TV133.1

文献标志码: A

文章编号: 1009-640X(2015)01-0061-07

抛物线形渠道是一种明渠断面形式, 近年来, 随着施工技术的不断发展, 在渠道设计中已由原来单一的梯形向多元化形式变化, 例如我国河北省石津灌区的分干、支、斗渠等中小型渠道改造工程已采用抛物线形渠道^[1]。文献[2]在渠道水力计算中, 将抛物线形渠道作为渠道的主要形式之一。

目前对于抛物线渠道的水力计算主要集中在渠道的正常水深、收缩断面水深和水跃共轭水深方面。对于正常水深, 季国文^[3]根据抛物线方程 $y=ax^2$ 推求了二次抛物线形渠道正常水深流量关系, 给出了水面宽度的迭代公式, 通过计算水面宽度求取二次抛物线形渠道的正常水深; 张志昌等^[4]用解析法得到了二次抛物线形渠道正常水深与流量的关系, 给出了二次抛物线形渠道水力最优断面的简单计算公式, 认为抛物线形渠道是仅次于 U 形渠道的水力最优断面; 王羿等^[5]认为二次抛物线形渠道正常水深的解析解计算较为复杂, 给出了近似计算公式, 误差约为 0.5%。魏文礼等^[6]研究了 $y=ax^{3/2}$ 半立方抛物线形渠道的水力最优断面, 认为半立方抛物线形渠道的水力最优断面和 U 形渠道几乎相当; 文辉等^[7]根据恒等变形及优化拟合, 得到了半立方抛物线形渠道正常水深的近似计算公式; 赵延风等^[8]根据断面特征水深及迭代公式, 简化了半立方抛物线形渠道正常水深的计算。张丽伟^[9]研究了三次抛物线形渠道的正常水深, 在计算中因为湿周公式无法积分, 采用定积分的抛物线法近似的计算湿周, 与本文采用的方法相似。

对于二次抛物线形渠道收缩断面水深的计算已有多篇文献^[10-13], 其中文辉等^[10]给出了解析解, 其余均为迭代计算。冷畅俭等^[14]研究了三次抛物线形渠道收缩水深的计算方法; 赵延风等^[15]根据通用基线增量法和简化基线增量法给出了抛物线形渠道收缩断面水深的通用计算公式, 该公式可以计算 n 次抛物线形渠道收缩断面的水深。

对于抛物线形渠道水跃共轭水深的计算, 文献[16]给出了二次抛物线形渠道水跃的第一共轭水深和第二共轭水深的图解法, 但图解法精度较差; 文献[17]给出了二次抛物线形渠道水跃共轭水深的理论计算公

收稿日期: 2014-05-12

作者简介: 张志昌(1954-), 男, 陕西西安人, 教授级高级工程师, 主要从事水工水力学研究。

E-mail: zhangzhichang1954@163.com

式。丁伏海等^[18]给出了 $n=1.5\sim 6$ 范围内抛物线形渠道水跃共轭水深的通用简化公式,适应条件为跃前水深与临界水深的比值为 $0.1\sim 0.7$,跃后水深与临界水深的比值大于 1.47 ,但计算过程较为复杂。

以上抛物线形渠道正常水深的计算主要是针对二次、半立方或三次抛物线形渠道进行的,对于抛物线形渠道收缩断面水深已有通用的计算公式,在 $n=1.5\sim 6$ 范围内,水跃共轭水深已有简化拟合公式。但整体来看,没有一个完整表达抛物线形渠道湿周、正常水深、临界水深、弗劳德数和水跃共轭水深的系统计算方法,由于抛物线形渠道断面随指数变化较大,但方程形式不变,为了便于应用,本文主要研究 n 次抛物线形渠道的湿周、正常水深、临界水深、弗劳德数和水跃共轭水深的通用计算公式,为工程设计提供方便。

1 抛物线形渠道正常水深的计算

1.1 抛物线形渠道湿周的计算

抛物线形渠道如图 1 所示,设抛物线形渠道断面方程为 $y=ax^n$,其中, a 为不等于零的常数; n 为指数。设渠道水深为 h ,水面宽度为 b ,抛物线形渠道的断面面积为:

$$A = 2 \int_0^h x dy = 2 \int_0^h \left(\frac{y}{a}\right)^{1/n} dy = \frac{2n}{n+1} \left(\frac{h}{a}\right)^{1/n} h \quad (1)$$

对于抛物线形渠道,湿周 χ 可以表示为:

$$\chi = 2 \int_0^{b/2} \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx \quad (2)$$

将 $dy/dx = nax^{n-1}$ 代入式(2)得

$$\chi = 2 \int_0^{b/2} \sqrt{1 + n^2 a^2 x^{2(n-1)}} dx \quad (3)$$

$$R = A/\chi = \left[\frac{2n}{n+1} \left(\frac{h}{a}\right)^{1/n} h \right] / \left[2 \int_0^{b/2} \sqrt{1 + n^2 a^2 x^{2(n-1)}} dx \right] \quad (4)$$

当 $n=2$ 时,由式(3)积分得湿周为^[4]

$$\chi = \sqrt{(h/a)(1+4ah)} + \frac{1}{2a} \ln(2\sqrt{ah} + \sqrt{1+4ah}) \quad (5)$$

当 $n=3/2$ 时,由式(3)积分得湿周为^[6]

$$\chi = \frac{16}{27a^2} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{9}{4}a^2 \frac{b}{2}\right)^3} - 1 \right) = \frac{16}{27a^2} \left\{ \sqrt{\left[1 + \frac{9}{4}a^2 \left(\frac{h}{a}\right)^{2/3}\right]^3} - 1 \right\} \quad (6)$$

当 $n>2$ 或 n 不为整数时,式(3)无法积分,湿周可以用定积分的近似计算来求解,定积分的近似计算方法有矩形法、梯形法和抛物线法^[19],其计算式分别为:

$$\text{矩形法} \quad \int_{a_0}^{b_0} f(x) dx = \frac{b_0 - a_0}{m} (y_0 + y_1 + \dots + y_{m-1}) \quad (7)$$

$$\text{梯形法} \quad \int_{a_0}^{b_0} f(x) dx = \frac{b_0 - a_0}{m} \left[\frac{1}{2}(y_0 + y_m) + y_1 + y_2 + \dots + y_{m-1} \right] \quad (8)$$

$$\text{抛物线法} \quad \int_{a_0}^{b_0} f(x) dx = \frac{b_0 - a_0}{3m} \left[(y_0 + y_m) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{m-1}) \right] \quad (9)$$

$$\text{式中:}(a_0, b_0) \text{为积分区间; } m \text{ 为区间等分数;被积函数 } f(x) \text{ 为 } y = f(x) \sqrt{1 + n^2 a^2 x^{2(n-1)}} \quad (10)$$

下面用一个具体的算例来验证定积分近似计算式的精度。

某抛物线形渠道断面方程为 $y=0.016x^2$,求最大水深 $h=3$ m 时抛物线形渠道的湿周。根据式(5)计算得 $\chi=28.238\ 829\ 907\ 0$ m。

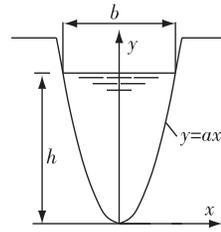


图 1 抛物线形渠道断面

Fig. 1 Parabola-shaped channel section

现采用定积分近似计算方法,将该例半区间(0,27.386 127 875 3/2)分别分成10等分和20等分来计算湿周。10等分时:矩形法 $\chi=28.117 158 333 6$;梯形法 $\chi=28.242 843 578 6$;抛物线法 $\chi=28.238 828 820 4$;20等分时:矩形法 $\chi=28.176 990 651 5$;梯形法 $\chi=28.239 833 274 0$;抛物线法 $\chi=28.238 829 839 1$ 。可见,矩形法计算误差最大,其次是梯形法,抛物线法计算的误差远小于矩形法和梯形法,计算精度很高,因此,在计算抛物线形渠道的湿周时可以采用定积分的抛物线法计算。文献[9]在研究三次抛物线形渠道的正常水深时,湿周的计算也是采用定积分的抛物线法。积分域为 $0\sim b/2$,整个抛物线渠道的湿周为:

$$\chi = 2 \int_0^{b/2} \sqrt{1 + n^2 a^2 x^{2(n-1)}} dx = \frac{b}{3m} [(y_0 + y_m) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{m-1})] \quad (11)$$

式中: $y_j = \sqrt{1 + a^2 n^2 [jb/(2m)]^{2(n-1)}} \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, m)$

为了检验式(11)的适用性,还进行了相同系数 a ,不同指数 n 的计算。计算结果表明,采用定积分的抛物线法计算抛物线形渠道的湿周误差小,完全满足工程设计要求。

1.2 抛物线形渠道正常水深的计算

抛物线形渠道正常水深的计算仍采用明渠正常水深的一般计算式,即 $Q = AC \sqrt{Ri}$,其中:谢才系数 $C = R^{1/6}/n_0$, n_0 为糙率。当 $n=2$ 时,抛物线形渠道的正常水深流量关系^[4]为

$$Q = \frac{A}{n_0} R^{2/3} \sqrt{i} = \frac{\sqrt{i}}{n_0} \frac{[(4/3)h_0 \sqrt{h_0/a}]^{5/3}}{[\sqrt{(h_0/a)(1+4ah_0)} + \ln(2\sqrt{ah_0} + \sqrt{1+4ah_0})/(2a)]^{2/3}} \quad (12)$$

当 $n=3/2$ 时,有^[6]

$$Q = \frac{A\sqrt{i}}{n_0} R^{2/3} = \frac{\sqrt{i}}{n_0} \frac{[(6/5)h_0(h_0/a)^{2/3}]^{5/3}}{\{[16/(27a^2)][(1+(9/4)a^{4/3}h_0^{2/3})^{3/2}-1]\}^{2/3}} \quad (13)$$

式中: h_0 为渠道正常水深。当 $n>2$ 或 n 不为整数时,将式(1),(4),(11)代入式 $Q=AC\sqrt{Ri}$ 得

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n_0} \frac{[2n/(n+1) \times (h_0/a)^{1/n} h_0]^{5/3}}{\{b[(y_0 + y_n) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{m-1})]/(3m)\}^{2/3}} \quad (14)$$

1.3 算例

抛物线形渠道断面方程为 $y=2x^3$,糙率 $n_0=0.025$,渠道底坡 $i=0.52 \times 10^{-3}$,已知渠道可以通过的最大正常水深为1.0 m,求抛物线形渠道的正常水深流量关系。

已知 $a=2, n=3, n_0=0.025, i=0.52 \times 10^{-3}$,则可计算得到断面面积为: $A=1.190 6h_0^{4/3}$,水面宽度 $b=2(h_0/a)^{1/n}=2(h_0/2)^{1/3}=(4h_0)^{1/3}$,被积函数 $f(x)=y=\sqrt{1+n^2 a^2 x^{2(n-1)}}=\sqrt{1+3^2 \times 2^2 x^{2(3-1)}}=\sqrt{1+36x^4}$,湿周 $\chi=2 \int_0^{b/2} \sqrt{1+36x^4} = \frac{b}{3m} [(y_0 + y_m) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{m-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{m-1})]$,水力半径和流量分别用式(4)和式(14)计算。

设渠道水深 h_0 分别为0.1,0.2,0.3, \dots ,1.0 m,比较抛物线法式(11)计算的湿周和用AutoCAD计算机作图法测量得到的湿周,可见,最大误差仅为0.007 55%,表明用定积分的抛物线法计算湿周是正确的,计算出正常水深流量关系之后,即可列出表格、作图或拟合出公式以供查用。

2 抛物线形渠道临界水深和弗劳德数的计算

$$\text{明渠临界水深的一般公式为: } \alpha Q^2/g = A_k^3/b_k \quad (15)$$

式中: α 为动能修正系数,在计算时一般取为1; A_k 为临界水深时的断面面积; b_k 为临界水深对应的水面宽度。当水深为临界水深 h_k 时,由式(15)得抛物线形渠道的临界水深为:

$$h_k = \left[\frac{Q^2 a^{2/n}}{4g} \left(\frac{n+1}{n} \right)^3 \right]^{\frac{n}{2+3n}} \quad (16)$$

弗劳德数的计算公式为: $Fr = v / \sqrt{gA/b} = Q / \sqrt{gA^3/b}$ (17)

式中: v 为断面平均流速。将断面面积 A 、水面宽度 b 的计算式代入式(17)得:

$$Fr = \frac{Q}{2\sqrt{g}} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{3/2} a^{1/n} h^{-\frac{(3n+2)}{2n}} \quad (18)$$

3 抛物线形渠道的水跃方程

3.1 抛物线形渠道水跃共轭水深的一般计算式

明渠水跃的一般方程为: $Q^2/gA_1 + A_1 h_{c1} = Q^2/gA_2 + A_2 h_{c2}$ (19)

式中: A_1, A_2 分别为跃前和跃后断面的面积; h_{c1}, h_{c2} 分别为跃前和跃后断面形心距水面的距离。

抛物线形断面为对称分布,其形心应在 y 坐标轴上,断面形心距坐标轴原点的距离 y_c 的计算为:

$$y_c = \frac{1}{A} \int_A y dA \quad (20)$$

抛物线形渠道的面积计算可以写成: $A = 2 \int_0^y x dy = 2 \int_0^y \left(\frac{y}{a} \right)^{1/n} dy = \frac{2n}{n+1} \left(\frac{y}{a} \right)^{1/n} y$ (21)

对式(21)求微分并代入式(20)得: $y_c = \frac{2}{A} \int_0^h \left(\frac{y}{a} \right)^{1/n} dy = \frac{2n}{(2n+1)A} \left(\frac{h}{a} \right)^{1/n} h^2$ (22)

将式(1)代入式(22),可简化为: $y_c = (n+1)h/(2n+1)$ (23)

则形心点到水面的距离 h_c 为: $h_c = h - y_c = h - \frac{n+1}{(2n+1)}h = \frac{nh}{2n+1}$ (24)

将式(24)和式(21)代入式(19)得抛物线形渠道水跃的一般方程为:

$$\frac{n+1}{2n} \frac{Q^2}{gh_1} \left(\frac{a}{h_1} \right)^{1/n} + \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left(\frac{h_1}{a} \right)^{1/n} h_1^2 = \frac{n+1}{2n} \frac{Q^2}{gh_2} \left(\frac{a}{h_2} \right)^{1/n} + \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left(\frac{h_2}{a} \right)^{1/n} h_2^2 \quad (25)$$

对式(25)的左边简化为:

$$\frac{n+1}{2n} \frac{Q^2}{gh_1} \left(\frac{a}{h_1} \right)^{1/n} + \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left(\frac{h_1}{a} \right)^{1/n} h_1^2 = \frac{2n^2}{(n+1)^2 a^{1/n}} \left[\frac{Q^2 a^{2/n}}{4g} \left(\frac{n+1}{n} \right)^3 h_1^{-(n+1)/n} + \frac{n+1}{2n+1} h_1^{(2n+1)/n} \right]$$

由式(18)得:

$$Fr_1^2 = \frac{Q^2 a^{2/n}}{4g} \left(\frac{n+1}{n} \right)^3 h_1^{-(3n+2)/n}$$

则有: $\frac{n+1}{2n} \frac{Q^2}{gh_1} \left(\frac{a}{h_1} \right)^{1/n} + \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left(\frac{h_1}{a} \right)^{1/n} h_1^2 = \frac{2n^2}{(n+1)^2 a^{1/n}} \left[Fr_1^2 h_1^{(2n+1)/n} + \frac{n+1}{2n+1} h_1^{(2n+1)/n} \right]$

同理得式(25)的右边为:

$$\frac{n+1}{2n} \frac{Q^2}{gh_2} \left(\frac{a}{h_2} \right)^{1/n} + \frac{2n^2}{(2n+1)(n+1)} \left(\frac{h_2}{a} \right)^{1/n} h_2^2 = \frac{2n^2}{(n+1)^2 a^{1/n}} \left[Fr_2^2 h_2^{(2n+1)/n} + \frac{n+1}{2n+1} h_2^{(2n+1)/n} \right]$$

式(25)可以写成:

$$Fr_1^2 h_1^{(2n+1)/n} + \frac{n+1}{2n+1} h_1^{(2n+1)/n} = Fr_2^2 h_2^{(2n+1)/n} + \frac{n+1}{2n+1} h_2^{(2n+1)/n} \quad (26)$$

又因为 $Fr_2^2 / Fr_1^2 = h_2^{-(3n+2)/n} / h_1^{-(3n+2)/n}$, 代入上式整理得:

$$\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{(3n+2)/n} - \left(1 + \frac{2n+1}{n+1} Fr_1^2 \right) \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^{(n+1)/n} + \frac{2n+1}{n+1} Fr_1^2 = 0 \quad (27)$$

$$\text{同理得: } \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{(3n+2)/n} - \left(1 + \frac{2n+1}{n+1}Fr_2^2\right)\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{(n+1)/n} + \frac{2n+1}{n+1}Fr_2^2 = 0 \quad (28)$$

3.2 抛物线形渠道水跃共轭水深的迭代式

$$\text{式(27)的迭代式为: } \frac{h_2}{h_1} = \left[1 + \frac{2n+1}{n+1}Fr_1^2 - \frac{Fr_1^2(2n+1)/(n+1)}{(h_2/h_1)^{(n+1)/n}}\right]^{n/(2n+1)} \quad (29)$$

$$\text{式(28)的迭代式为: } \frac{h_1}{h_2} = \left[\frac{Fr_2^2(2n+1)/(n+1)}{1 + Fr_2^2(2n+1)/(n+1) - (h_1/h_2)^{(2n+1)/n}}\right]^{n/(n+1)} \quad (30)$$

下面证明式(29)和式(30)的收敛性。设

$$f\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \left[1 + \frac{2n+1}{n+1}Fr_1^2 - \frac{Fr_1^2(2n+1)/(n+1)}{(h_2/h_1)^{(n+1)/n}}\right]^{n/(2n+1)} \quad (31)$$

对式(31)求导数得:

$$f'\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \frac{n+1}{2n+1} \frac{[Fr_1^2(2n+1)/(n+1)](h_2/h_1)^{-(2n+1)/n}}{\left\{1 + Fr_1^2(2n+1)/(n+1) - [Fr_1^2(2n+1)/(n+1)]/(h_2/h_1)^{(n+1)/n}\right\}^{(n+1)/(2n+1)}} \quad (32)$$

将式(30)写成

$$\varphi\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \left[\frac{Fr_2^2(2n+1)/(n+1)}{1 + Fr_2^2(2n+1)/(n+1) - (h_1/h_2)^{(2n+1)/n}}\right]^{n/(n+1)} \quad (33)$$

对式(33)求导数得:

$$\varphi'\left(\frac{h_1}{h_2}\right) = \frac{2n+1}{n+1} \left[\frac{(2n+1)Fr_2^2}{n+1}\right]^{n/(n+1)} \frac{(h_1/h_2)^{(n+1)/n}}{\left[1 + Fr_2^2(2n+1)/(n+1) - (h_1/h_2)^{(2n+1)/n}\right]^{(2n+1)/(n+1)}} \quad (34)$$

根据迭代理论^[19], 式(29)和(30)收敛的条件是 $f'(h_2/h_1) < 1.0$, $\varphi'(h_1/h_2) < 1.0$ 。由式(32)和(34)可以看出, $f'(h_2/h_1)$ 和 $\varphi'(h_1/h_2)$ 不仅与指数 n 和弗劳德数 Fr_1 或 Fr_2 有关, 而且与共轭水深比 h_2/h_1 或 h_1/h_2 有关, 比较起来十分困难。现假设不同的指数 n , 取工程中常用的弗劳德数 Fr_1 范围在 2.0~30 之间, 将指数 n 和弗劳德数 Fr_1 代入式(29)迭代求出共轭水深比 h_2/h_1 , 然后将 n, Fr_1 和 h_2/h_1 代入式(32)求出 $f'(h_2/h_1)$, 以 n 为参数, Fr_1 为横坐标, $f'(h_2/h_1)$ 为纵坐标, 点绘 $f'(h_2/h_1)$ 与 Fr_1 的关系见图 2。可见, $n=1.1$ 时, $f'(h_2/h_1)$ 的最大值为 0.281 4, $n=20$ 时, $f'(h_2/h_1)$ 的最大值为 0.298 08, $f'(h_2/h_1)$ 随着 Fr_1 的增大而减小, 随着 n 的增大而增大, 但变化很小。笔者还计算了 $n > 10\ 000$ 的情况, 得出当 $n > 10\ 000$ 时, $f'(h_2/h_1)$ 的最大值基本稳定在 0.299 61 左右, 所以 $f'(h_2/h_1) < 1.0$ 。可见, 迭代公式(29)是收敛的。

同理, 假设不同的指数 n , 取跃后断面的弗劳德数 $0 < Fr_2 < 0.99$, 将指数 n 和弗劳德数 Fr_2 代入式(30)迭代求出 h_1/h_2 , 然后将 n, Fr_2 和 h_1/h_2 代入式(34)求出 $\varphi'(h_1/h_2)$, 以 n 为参数, Fr_2 为横坐标, 点绘 $\varphi'(h_1/h_2)$ 与 Fr_2 的关系如图 3 所示。由图 3 可见, $\varphi'(h_1/h_2)$ 随着 Fr_2 的增大而增大, 随着 n 的增大而减小, 在 $Fr_2 = 0.99$ 时, $\varphi'(h_1/h_2)$ 仍小于 1.0, 这时跃后水深已接近临界水深, 众所周知, 跃后水深一般远大于临界水深, 根据迭代理论, 式(30)也是收敛的。

迭代初值的选取, 经过大量的试算, 在求跃后水深时, 初值可以直接取跃前断面的弗劳德数; 在求跃前水深时, 初值直接取跃后断面的弗劳德数, 这样取值收敛速度较快。

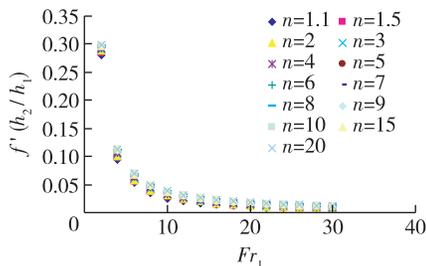


图 2 $f'(h_1/h_2)$ 与弗劳德数 Fr_1 关系

Fig. 2 Relationship between $f'(h_1/h_2)$ and Fr_1

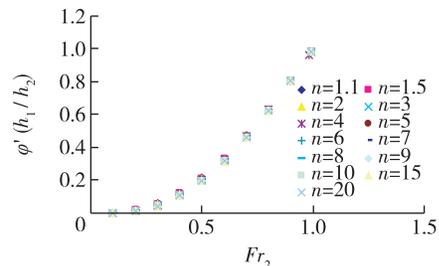


图 3 $\varphi'(h_1/h_2)$ 与弗劳德数 Fr_2 关系

Fig. 3 Relationship between $\varphi'(h_1/h_2)$ and Fr_2

4 结 语

本文根据抛物线方程的通用公式 $y=ax^n$, 研究了 n 次抛物线形渠道的湿周、正常水深、临界水深、弗劳德数、水跃共轭水深的通用计算式, 给出了水跃共轭水深的迭代计算式, 通过算例和图示验证了计算式的正确性。这些计算式具有通用性、形式简单, 计算方便, 精度高, 可为工程设计提供借鉴参考。

参 考 文 献:

- [1] 马艳菊. 抛物线形渠道测流断面面积的计算方法[C]// 中国水利学会水利量测技术专业委员会, 黄河研究会. 水力量测技术论文选集(第5集). 郑州: 黄河水利出版社, 2006: 300-304. (MA Yan-ju. The calculation methods of sectional area of Parabolic channels [C]// Professional Committee Water Conservancy Measurement Technology of Chinese Hydraulic Engineering Society, Yellow River Research Association. Essays on the Measurement Technology of Water Conservancy (Vol 5). Zhengzhou: The Yellow River Water Conservancy Press, 2006: 300-304. (in Chinese))
- [2] 武汉水利电力学院水力学教研室. 水力计算手册[M]. 北京: 中国电力出版社, 1983: 74-78. (Hydraulics Teaching and Resezarch Section of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering. Hydraulic calculation manual[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1983: 74-78. (in Chinese))
- [3] 季国文. 抛物线形及悬链线形断面明渠的水力设计[J]. 水利水电科技进展, 1997, 17(2): 43-45. (JI Guo-wen. Hydraulic design of the parabola and catenary line section open channel[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 1997, 17(2): 43-45. (in Chinese))
- [4] 张志昌, 刘亚菲, 刘松舰. 抛物线形渠道水力最优断面的计算[J]. 西安理工大学学报, 2002, 18(3): 235-237. (ZHANG Zhi-chang, LIU Ya-fei, LIU Song-jian. The calculation of optimal hydraulic cross section in parabola-shape canal[J]. Journal of Xi'an Polytechnic University, 2002, 18(3): 235-237. (in Chinese))
- [5] 王羿, 王正中, 赵延风, 等. 抛物线断面河渠正常水深的近似计算公式[J]. 人民长江, 2011, 42(11): 107-109. (WANG Yi, WANG Zheng-zhong, ZHAO Yan-feng, et al. An approximate calculation formula of normal depth in parabolic-shaped river channel [J]. Journal of Yangtze River, 2011, 42(11): 107-109. (in Chinese))
- [6] 魏文礼, 杨国丽. 立方抛物线形渠道水力最优断面的计算[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2006, 39(3): 49-51. (WEI Wen-li, YANG Guo-li. Calculation of optimal hydraulic cross-section for cubic parabola-shape channel[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2006, 39(3): 49-51. (in Chinese))
- [7] 文辉, 李凤玲. 立方抛物线形渠道水力计算的显式计算式[J]. 人民黄河, 2010, 32(1): 75-76. (WEN Hui, LI Feng-ling. An explicit formulas of hydraulic calculation in cubic parabola-shape channel[J]. Yellow River, 2010, 32(1): 75-76. (in Chinese))
- [8] 赵延风, 王正中, 方兴. 半立方抛物线形渠道正常水深算法[J]. 排灌机械工程学报, 2011, 29(3): 241-245. (ZHAO Yan-feng, WANG Zheng-zhong, FANG Xing. Calculation method for normal depth of semi-cubic parabolic channels[J]. Journal of Drainage and Irrigation Machinery Engineering, 2011, 29(3): 241-245. (in Chinese))
- [9] 张丽伟. 抛物线形断面正常水深简化解析式[J]. 水科学与工程学报, 2014(1): 43-45. (ZHANG Li-wei. A simplified analytical formula of cubic parabola-shaped cross section normal depth[J]. Water Sciences and Engineering Technology, 2014(1): 43-45. (in Chinese))
- [10] 文辉, 李凤玲. 抛物线形断面渠道收缩水深的解析解[J]. 长江科学院院报, 2009, 26(9): 32-33. (WEN Hui, LI Feng-ling. Analytical solution of water depth in parabolic-shaped channel with contracted section[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2009, 26(9): 32-33. (in Chinese))
- [11] 芦琴, 王正中, 任武刚. 抛物线形渠道收缩水深简捷计算公式[J]. 干旱地区农业研究, 2007, 25(2): 134-136. (LU Qin, WANG Zheng-zhong, REN Wu-gang. A formula for quickly calculating water depth at vena contraction in parabola form channel [J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2007, 25(2): 134-136. (in Chinese))
- [12] 赵延风, 宋松柏, 孟秦倩. 抛物线形断面渠道收缩水深的直接计算方法[J]. 水利水电技术, 2008, 39(3): 36-37, 41. (ZHAO Yan-feng, SONG Song-bai, MENG Qin-qian. A direct calculation method for water depth in parabolic shaped channel with contracted section [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2008, 39(3): 36-37, 41. (in Chinese))
- [13] 王正中, 王羿, 赵延风, 等. 抛物线形断面河渠收缩水深的直接计算公式 [J]. 武汉大学学报: 工学版, 2011, 44(2): 175-177, 191. (WANG Zheng-zhong, WANG Yi, ZHAO Yan-feng, et al. A formula for direct calculation of contracted depth of

- parabola shaped canal[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2011, 44(2): 175-177, 191. (in Chinese))
- [14] 冷畅俭,王正中.三次抛物线形渠道断面收缩水深的计算公式[J].长江科学院院报,2011,28(4):30-35.(LENG Chang-jian, WANG Zheng-zhong. A formula for calculating contracted water depth of channel with cubic parabola cross section[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, 28(4): 30-35.(in Chinese))
- [15] 赵延风,王正中,刘计良.抛物线类渠道断面收缩水深的计算通式.[J]水力发电学报,2013,32(1):126-131.(ZHAO Yan-feng, WANG Zheng-zhong, LIU Ji-liang. General explicit equations for calculation of contracted flow depths in channels of parabolic cross-sections [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2013, 32(1):126-131.(in Chinese))
- [16] 华东水利学院.水工设计手册(第六卷·泄水与过坝建筑物)[M].北京:水利电力出版社,1982.(East China Institute of Water Conservancy. Handbook of hydraulic structure design (Vol.6: spillways and control works) [M]. Beijing: China WaterPower Press, 1982.(in Chinese))
- [17] 张志昌.水力学[M].北京:中国水利水电出版社,2011.(ZHANG Zhi-chang. Hydraulics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2011:71-75. (in Chinese))
- [18] 丁伏海,滕凯.抛物线类断面渠道共轭水深计算通式[J].水科学与工程学报,2013(5):35-37.(DING Fu-hai, TENG Kai. Simplify the calculation formula of conjugate water depth in the parabolic class canal [J]. Water Sciences and Engineering Technology, 2013(5):35-37.(in Chinese))
- [19] 同济大学数学教研室.高等数学[M].北京:高等教育出版社,2005.(Tongji University Mathematics Teaching and Research Section. Higher mathematics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005. (in Chinese))
- [20] 张志昌.水力学习题解析(下册)[M].北京:中国水利水电出版社,2012.(ZHANG Zhi-chang. Hydraulics problem resolution(volume two)[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2012.(in Chinese))

Hydraulic characteristics of parabolic channels

ZHANG Zhi-chang, JIA Bin, LI Ruo-bing, YANG Huan
(Xi'an University of Technology, Xi'an 710048 China)

Abstract: The general method for calculating wetted perimeter, normal depth, critical depth, the Froude number and conjugate depth of hydraulic jump of n -th parabolic channel is presented in this paper. The studies of the wetted perimeter of n -th parabolic channel are carried out by integral or numerical integration, the normal depth of n -th parabolic channel is analysed according to the theory of the open channel uniform flow, a computing method of the critical depth, the Froude number and the conjugate depth of hydraulic jump of n -th parabolic channel are studied based on the theory of critical depth and the conjugate depth of the hydraulic jump. The general computing formulas of the wetted perimeter, normal depth and critical depth, the Froude number and the conjugate depth of the hydraulic jump of n -th parabolic channel are given, the iterative formula of the conjugate depth is given and the convergence of an iterative formula is proved, and examples for verification of the formulas are presented. The research of the general method for calculating the wetted perimeter, normal depth, critical depth, the Froude number and the conjugate depth of hydraulic jump of n -th parabolic channel with a simple calculation process and a high calculation precision can provide a reference for practical engineering design.

Key words: n -th parabolic channel; normal water depth; critical depth of water; Froude number; conjugate depth of jump; hydraulic characteristics