天然连续弯道中水流运动的三维数值模拟

吕岁菊^{1,2},冯民权¹,李春光²

(1. 西安理工大学 陕西省西北旱区生态水利工程重点实验室,陕西 西安 710048;2. 北方民族大学 土木建 筑工程学院,宁夏 银川 750021)

摘要:为了研究天然河道中水流运动规律和河床演变及泥沙冲淤,建立了适体坐标下修正的紊流水流数学模型.采用有限体积法离散控制方程,并运用 SIMPLEC 算法计算了黄河沙坡头河段连续弯道的三维水流流场,通 过实测资料对计算结果进行了对比分析.结果表明,模型计算值与实测值吻合较好,反映了天然连续弯道水流 的基本特性,即水面的水质点向凹岸运动,而近底的水质点向凸岸运动.说明该模型可以用于模拟天然连续弯 道的水流运动.

关 键 词:水流运动;紊流数学模型;有限体积法;连续弯道 中图分类号:TV143⁺.2 **文献标志码:** A **文章编号:**1009-640X(2013)05-0010-07

对弯道水流运动规律的研究,在水利工程的许多领域占有重要的位置,研究成果在河流治理、港口兴建、引水防沙以及改善河道航运等方面都得到广泛的应用^[1].连续弯道的水流特性影响着弯道泥沙运动和 河床演变的基本规律,是河流动力学研究的主要问题之一.因此,认识河流弯道的水流结构,准确地模拟弯 道处水流特性尤其重要.

河流弯道处水流会出现表面流指向凹岸,底流指向凸岸的螺旋流(环流)结构,环流运动引起的横向输 沙,使弯道呈现出凸岸淤长,凹岸冲蚀的现象,泥沙在横向上的输移作用对河床冲淤非常明显,而平面二维数 学模型不能处理次生环流问题.次生环流对污染物、泥沙运动及河床变形起着关键作用,因此,随着计算机速 度的提高和存储量的增大,三维数学模型得到迅速发展^[2-7].在网格划分、紊流模型选取、壁面边界条件处 理、计算程序优化等方面也取得了进步,尤其是以 SIMPLE 算法结合 *k-e* 紊流模型的数值模拟发展已比较成 熟.文献[8]建立了非正交曲线坐标下弯曲河流的标准 *k-e* 紊流模型对弯曲河流进行了三维模拟.文献[9] 采用带旋流修正的紊流模型对连续畸弯的水流运动进行了数值模拟研究.文献[10]利用标准 *k-e* 紊流模型 对室内 90°弯道水流运动进行了三维数值模拟.但对天然连续弯道而言,由于受诸多因素的影响,三维水流 的模拟还处于起步阶段.本文在对标准 *k-e* 模型分析的基础上,考虑时均应变率对 Reynolds 正应力及紊动 动能对 *e* 方程有较大影响,基于上述原因,为了能使模拟结果更符合天然连续弯道的实际情况,对标准 *k-e* 模型进行了改进.

本文模拟区域为天然河道,形状极不规则,采用适体坐标变换将笛卡尔坐标系下三维 Reynolds 应力方 程变换到计算坐标 ξ-η-ζ下.针对天然弯曲河流,由于弯道螺旋流和水面比降的影响,水面沿程变化较大. 首先通过实测水位插值得到计算节点上的水位,用这一水位作为计算区域的表面,采用"刚盖"假定近似自 由水面.利用有限体积法离散方程,变量布置采用同位网格,将u,v,w,k,ε布置在同一个网格节点上,并运用 SIMPLEC 算法进行求解.

收稿日期: 2013-03-08

作者简介: 吕岁菊(1976-),女,宁夏隆德人,讲师,博士研究生,主要从事水力学及河流动力学研究. E-mail: lv_suiju@163.com

基金项目:国家自然科学基金资助项目(91230111);宁夏高等学校科学技术研究资助项目(2011JY005);北方民族大学 科学技术研究资助项目(2013XYZ026)

1 数学模型

1.1 三维紊流水流控制方程

Navier-Stokes 方程是描述流体运动最基本的方程组,考虑水流紊流的随机脉动,则不可压水流运动的连续性方程和动量方程为:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \nu_i) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g_i$$
(2)

式中:下标 i,j = 1,2,3,遵循求和约定; u_1, u_2, u_3 分别为 x, y, z方向的 Reynolds 时均流速.

在推导标准 $k-\varepsilon$ 模型时, Reynolds 正应力 $R_{11} = -\rho \overline{u'_1 u'_1} = -\frac{2}{3}\rho k + 2\eta_t \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \eta_t = \rho \nu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$, 整理得

$$-\overline{u'_{1}u'_{1}} = \left(\frac{C_{\mu}k}{\varepsilon}\frac{\partial u_{1}}{\partial x_{1}} - \frac{1}{3}\right)2k$$
(3)

因此,当时均应变率 $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$ 较大时,即有 $\frac{C_{\mu}k}{\varepsilon}\frac{\partial u_1}{\partial x_1} > \frac{1}{3}$,就会出现 $\overline{u'_1u'_1} = (\overline{u'_1})^2 < 0$,这不可能实现.另一方面,在标准 $k-\varepsilon$ 模型中,当 k 接近或等于零时, ε 方程最后两项会很大甚至为无穷大,这样将导致计算无法进行.因此,对标准 $k-\varepsilon$ 模型进行了修正^[11-13],其方程为:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_i}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \varepsilon$$
(4)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_i}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 S \varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}$$
(5)

 $\vec{x} \div: G_k = 2\nu_i S_{ij} S_{ij}, S = \sqrt{2S_{ij} S_{ij}}, S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), C_\mu = 0.0845, C_1 = 1.7, C_2 = 1.9, \sigma_\varepsilon = 1.2.$

1.2 适体坐标下紊流水流模型

由于天然河流边界曲折,地形复杂,对式(1)~(5)采用适体坐标变换,从物理区域(x,y,z)变换到计算 域(ξ,η,ζ),其统一形式为:

表1 适体坐标系下通用控制方程中的变量、系数和源项

Tab. 1	Variable.	coefficients	and	source	item	of	governing	equations	in	body-fitted	coordinate
						~~~	0				

	Φ	$\Gamma_{\Phi}$	$S_{\Phi}$		Φ	$\Gamma_{\Phi}$	$S_{\Phi}$
连续方程	1	0	0	z-动量方程	w	$\nu + \nu_t$	$S_{w0} + S_{w1}$
x-动量方程	u	$\nu + \nu_t$	$S_{u0} + S_{u1}$	k 方程	k	$\nu + \nu_i / \sigma_k$	$S_{k0} + S_{k1}$
y-动量方程	v	$\nu + \nu_t$	$S_{v0} + S_{v1}$	ε 方程	ε	$\nu + \nu_i / \sigma_{\varepsilon}$	$S_{\varepsilon 0} + S_{\varepsilon 1}$

其中:

$$S_{u0} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial p}{\partial \eta} \eta_x + \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_x \right)$$
(7)

$$S_{i0} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial p}{\partial \eta} \eta_y + \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_y \right)$$
(8)

$$S_{w0} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_z - g$$
(9)

$$S_{k0} = G_k - \varepsilon, \quad S_{\varepsilon 0} = C_1 S \varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}$$
(10)

$$S_{\phi_{1}} = \frac{\partial}{\partial\xi} \left[ \left( \xi_{x} \eta_{x} + \xi_{y} \eta_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\eta} + \left( \xi_{x} \zeta_{x} + \xi_{y} \zeta_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\zeta} \right] + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[ \left( \zeta_{x} \eta_{x} + \zeta_{y} \eta_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\zeta} + \left( \xi_{x} \eta_{x} + \xi_{y} \eta_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\xi} \right] + \frac{\partial}{\partial\zeta} \left[ \left( \zeta_{x} \xi_{x} + \zeta_{y} \xi_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\xi} + \left( \eta_{x} \zeta_{x} + \eta_{y} \zeta_{y} \right) \Gamma_{\phi} \Phi_{\eta} \right]$$
(11)

## 2 数值模型

### 2.1 控制方程的离散

采用有限体积法对式(6)进行离散,非恒定项采用隐式差分格式,对流项采用迎风格式,扩散项采用中 心差分格式,源项采用线性化处理的方法,其离散形式为:

$$a_{P}\Phi_{P} = a_{E}\Phi_{E} + a_{W}\Phi_{W} + a_{N}\Phi_{N} + a_{S}\Phi_{S} + a_{T}\Phi_{T} + a_{B}\Phi_{B} + b$$
(12)  

$$\pm \Phi_{P} = a_{E}\Phi_{E} + a_{W}\Phi_{W} + a_{N}\Phi_{N} + a_{S}\Phi_{S} + a_{T}\Phi_{T} + a_{B}\Phi_{B} + b$$
(12)  

$$\pm \Phi_{P} = U_{e}\Delta\eta\Delta\zeta, \quad F_{w} = U_{w}\Delta\eta\Delta\zeta, \quad F_{n} = V_{n}\Delta\xi\Delta\zeta, \quad F_{s} = V_{s}\Delta\xi\Delta\zeta, \quad F_{t} = W_{t}\Delta\xi\Delta\eta, \quad F_{b} = W_{b}\Delta\xi\Delta\eta,$$
  

$$D_{e} = \left(\frac{A\Gamma_{\phi}}{\delta\xi}\right)_{e}\Delta\eta\Delta\zeta, \quad D_{w} = \left(\frac{A\Gamma_{\phi}}{\delta\xi}\right)_{w}\Delta\eta\Delta\zeta, \quad D_{n} = \left(\frac{B\Gamma_{\phi}}{\delta\eta}\right)_{n}\Delta\xi\Delta\zeta, \quad D_{s} = \left(\frac{B\Gamma_{\phi}}{\delta\eta}\right)_{s}\Delta\xi\Delta\zeta,$$
  

$$D_{t} = \left(\frac{C\Gamma_{\phi}}{\delta\zeta}\right)_{t}\Delta\xi\Delta\eta, \quad D_{b} = \left(\frac{C\Gamma_{\phi}}{\delta\zeta}\right)_{b}\Delta\xi\Delta\eta, \quad a_{P}^{0} = \Delta\Omega/\Delta t, \quad b = a_{P}^{0}\Phi_{P}^{0} + S_{A}\Delta\Omega, \quad \Delta\Omega = \Delta\xi\Delta\eta\Delta\zeta$$
  

$$2.2 \quad \pm \Xi \Xi \Xi \Delta\eta \Delta t$$

#### 2.2 定解条件

固壁边界采用无滑移条件,并由壁面函数法处理^[14-15];进口流速由实测值给定,紊动动能及紊动动能耗 散率由  $k = 0.00375U_{in}^2$ ,  $\varepsilon = 0.09k^{3/2}$ 给出^[6],  $U_{in}$ 为进口断面平均流速,取0.85m/s;出口断面利用充分发展条件;自由水面根据实测水位通过插值计算节点处的水位.

3 计算区域及网格剖分

采用上述模型对黄河宁夏沙坡头河段连续弯道的三维 水流进行编程模拟计算,计算河段长约10km,平均河宽为 230.65m,计算流量为739.37m³/s,上游水位1240.85m, 下游水位为1240.65m.计算区域如图1所示,共布设15个 计算断面.研究区域采用结构网格进行剖分,划分为124× 31×15个网格,共计57660个节点,时间步长取为12s.



4 实测和计算结果对比分析

#### 4.1 沙坡头河段实测数据

为了检验数值模型和确定初始条件,2009 年 7 月,项目组成员利用声学多普勒流速剖面仪、回声测深仪 等先进设备赴黄河宁夏沙坡头河段对其中 12 个典型断面的河床高程、三维流速、河宽和水位等进行了实测. 表 2 给出了典型断面的部分实测数据.

从实测数据中可以看出,水位从上游到下游呈下降趋势,断面 SH1 较窄,水流湍急;断面 SH7 较宽,水流 相对较缓.

rab. 2 Experimental data of typical sections									
典型断面	距坝里程/ km	水位/ m	河宽/ m	平均水深/ m	平均流速/ (m⋅s ⁻¹ )				
SH1	9.61	1 240.85	124.2	7.92	0.85				
SH2	8.75	1 240.84	174.0	5.11	0.97				
SH3	8.05	1 240.84	246.0	4.76	0.69				
SH4	7.55	1 240.84	246.0	5.53	0.63				
SH5	6.70	1 240.76	241.5	4.80	0.73				
SH6	6.10	1 240.68	256.9	5.11	0.66				
SH7	5.60	1 240.59	303.5	4.32	0.57				
SH8	4.62	1 240.51	261.9	4.74	0.66				
SH9	4.16	1 240.43	212.3	5.86	0.67				
SH10	3.72	1 240.35	229.7	5.67	0.65				
SH11	3.04	1 240.34	280.7	4.96	0.70				
SH12	2.59	1 240.32	274.8	5.35	0.62				

表 2 典型断面部分实测数据 2 Functionantal data of tunical continu

## 4.2 平面流场分布

本文采用 MATLAB 语言编写程序,对黄河宁夏沙坡头河段天然连续弯道进行了模拟计算.

图 2 给出了计算流速场的分布,从计算结果来看,在连续弯道中,一个弯顶处的平面流速分布和下一弯 顶处的流速分布呈横向对称,且在两弯顶之间开始过渡.下一弯道入口尚残存有上一弯道未完全衰减的剩余 环流,它将表层的高速水流移向凸岸,随着下一弯道中心角的增大,反向环流的影响沿程衰减,使纵向流速逐 渐过渡到均匀分布,并使反向弯道环流得到充分发展.图 3 给出了两弯顶附近处纵向垂线平均流速沿河宽的 分布,可以看出,模型计算值和实测值吻合较好.



Fig. 2 Calculation velocity field and surface velocity field





#### 4.3 纵向流速沿垂线的分布

对连续弯道中典型断面的主流流速的计算值和实测值进行对比分析,断面 SH1~SH5 为第1个弯道,断



Fig. 4 Vertical distribution of longitudinal velocities of the typical sections

图 4((a) ~ (h))为弯道断面上 5 条垂线处的纵向流速分布,可以看出,模型计算结果与实测结果较为 接近,均体现了水流在连续弯道中的分布规律.水流进入第一个弯道后,主流开始逐渐向凹岸转移,且在弯道 以下相当长的距离内,主流紧贴凹岸(图 4(a) ~ (d));当水流进入下一个弯道时,开始过渡,过渡段的流速 分布比较均匀(图 4(e) ~ (f));越过弯顶后,又逐渐偏向凹岸(图 4(g) ~ (h)).

#### 4.4 横向流速分布

在弯道中,由于惯性离心力的存在,水流沿轴向运动的同时,所有的水质点又受到同样的径向压力梯度,使得近水面的水质点向凹岸运动,而近底的水质点向凸岸运动(见图 5).由图 5 可见,水流进入第一个 弯段后,最大横向环流强度出现在弯顶后半段(断面 SH4 ~ SH5).中间过渡段(SH6)既是反向弯道的过渡段 也是环流转化方向的过渡段,此处环流方向已经转为反向,只是环流强度比较弱.下一弯道中环流的发展由 于受到上一弯道的抑制作用,环流在弯顶后半部分出现且较明显,断面(SH8 ~ SH10)横向环流发展并出现 加速的过程.总体上来看,本模型的计算结果是合理的,平面流速、断面纵向垂线流速和二次流都较好地反映 了实际流场的分布.



Fig. 5 Transverse velocity distribution of sections

# 5 结 语

本文对笛卡尔坐标系下的 Reynolds 应力方程进行了三维适体坐标变换,建立了天然连续弯道河流的修 正 *k-e* 湍流模型.针对天然弯曲河流,由于环流和水面比降的影响,水面沿程变化较大.首先通过实测水位 插值得到计算节点上的水位,用这一水位作为计算区域的表面,采用"刚盖"假定近似自由水面.利用有限体 积法离散控制方程,基于 SIMPLEC 算法编程求解,并利用黄河宁夏沙坡头河段的实测资料进行了验证.结果 表明:模型计算的流速分布与实测资料吻合较好,说明该模型可以模拟天然河流的三维水流特性,为下一步 研究该河段的泥沙冲淤和河床演变情况奠定了基础.计算结果还表明,自然界中河弯多以非对称形式出现, 非对称河弯在两弯顶中间存在较多低流速区,在这些区域将会形成泥沙淤落,另外对岸流速一般较大,从而 推动弯道整体以较快的速度向下游迁徙.

#### 参考文献:

- [1] 宋志尧. 罗索夫斯基弯道环流公式的统一[J]. 水科学进展, 2003, 14(2): 218-221. (SONG Zhi-yao. Generality of the Rozovskii's formulas on circulation at river bends[J]. Advances in Water Science, 2003, 14(2): 218-221. (in Chinese))
- [2] 许栋, 刘召平, 乾爱国, 等. 弯曲河道中水流运动的三维数值模拟[J]. 水利学报, 2010, 41(12): 1423-1431. (XU Dong, LIU Zhao-ping, QIAN Ai-guo, et al. Three-dimensional numerical simulation of flow in river bends [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(12): 1423-1431. (in Chinese))

- [3] ZHANG Xiao-feng, CUI Zhan-feng, LU Xin-hua. Simulation of sediment deposition in a cavity with free surface [J]. Journal of Hydrodynamics, 2010, 22(50): 626-633.
- [4] 姚仕明, 王兴奎, 张超, 等. 曲线同位网格的三维水流数学模型[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2006, 46(3): 336-340. (YAO Shi-ming, WANG Xing-kui, ZHANG Chao, et al. 3-D numerical flow model in curvilinear coordinates with collocated grid[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2006, 46(3): 336-340. (in Chinese))
- [5] SHEN Yong-ming, LIU Cheng. A three-dimensional k-ε-kp model in curvilinear coordinates for sediment movement and bed evolution[J]. Sci China Ser E-Tech Sci, 2009, 52 (4): 1090-1100.
- [6] 陈青毅, 吴卫, 刘桦. 河口水库库内三维流动数值模拟[J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2011, 26(2): 140-149. (CHEN Qing-yi, WU Wei, LIU Hua. Numerical simulation of three dimensional flows in estuarine reservoir[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2011, 26(2): 140-149. (in Chinese))
- [7] 易雨君,王兆印,张尚弘.考虑弯道环流影响的平面二维水沙数学模型[J].水力发电学报,2010,29(1):126-136. (YI Yu-jun, WANG Zhao-yin, ZHANG Shang-hong. Two-dimensional sedimentation model of channel bend(Part 2)-Verification and application[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(1): 126-136. (in Chinese))
- [8] 吴修广, 沈永明, 潘存鸿. 天然弯曲河流的三维数值模拟[J]. 力学学报, 2005, 37(6): 679-696. (WU Xiu-guang, SHEN Yong-ming, PAN Cun-hong. Three dimensional numerical simulation of natural curved river[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(6): 679-696. (in Chinese))
- [9] 李琳琳,余锡平. 裁弯对上下游流态影响的三维数学模型研究[J]. 水力发电学报,2010,29(5):183-189. (LI Lin-lin, YU Xi-ping. Study on effects of river cutoffs by a 3-D numerical model[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(5): 183-189. (in Chinese))
- [10] ABHARI M N, GHODSIAN M, VAGHEFI M, et al. Experimental and numerical simulation of flow in a 90° bend[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2010, 21: 292-298.
- [11] SHIH T H, LIOU W W, SHABBIR A, et al. A new k-ε eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows[J]. Computers and Fluids, 1995, 24(3): 227-238.
- [12] ZHANG Jian-min, CHEN Jian-gang, XU Wei-lin, et al. Three-dimensional numerical simulation of aerated flows downstream sudden fall aerator expansion-in a tunnel[J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 23(1): 71-80.
- [13] YE Fei, GAO Xue-ping. Numerical simulations of the hydraulic characteristics of side inlet/outlets [J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 23(1): 48-54.
- [14] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995. (TAO Wen-quan. Numerical heat transfer[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1995. (in Chinese))
- [15] 景何仿,李春光,吕岁菊,等. 黄河沙坡头连续弯道水流运动三维数值模拟[J]. 宁夏大学学报:自然科学版,2010,31(3):
   198-202. (JING He-fang, LI Chun-guang, LV Sui-ju, et al. Three-dimensional numerical simulation of the Yellow River flow in Shapotou consective curves[J]. Journal of Ningxia University(Natural Science Edition), 2010, 31(3): 198-202. (in Chinese))

## **3-D** numerical simulation of flow in natural meandering channel

LV Sui-ju^{1,2}, FENG Min-quan¹, LI Chun-guang²

 State key Laboratory of Eco-hydraulic Engineering in Shanxi, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, North University for Nationalities, Yinchuan 750021, China)

**Abstract**: In order to study the flow movement, bed evolution and sediment erosion and deposition of the natural rivers, a 3-D numerical model is established in body-fitling coordinates by a finite volume method, and SIMPLEC algorithm is used to calculate the 3-D velocity fields. The simulated results of the model are compared with the measured data. The findings indicate that the calculated results agree well with the measured data and reflect the 3-D flow characteristics in the natural meadering channels. The surface water particles will move towards the concave bank, while the bottom water particles will be towards the convex bank. It is shown that the model can be used to simulate the flow movement along the natural meadering channels.

Key words: flow movement; turbulent mathematical model; finite volume method; natural meadering channel