

复杂渠坡稳定性分析方法比较

岑威钧, 邓同春, 石从浩, 王 蒙

(河海大学 水利水电学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 目前边坡稳定性分析方法主要有刚体极限平衡法、有限元极限平衡法以及有限元强度折减法3种。为了分析这3种方法以及不同屈服准则在边坡稳定计算中的差异性,以南水北调工程中某典型复杂渠坡为例进行比较计算。结果分析表明,3种计算方法所得渠坡稳定安全系数相近,其中强度折减法中不同的屈服准则对计算结果影响较大。鉴于M-C准则在应力空间中屈服面棱角会对数值计算稳定性产生影响,建议优先采用与M-C准则相匹配的D-P3或D-P4作为强度折减法的屈服准则,由此计算得到的边坡稳定安全系数合理,且参数折减时能保持计算过程具有良好的稳定性。

关键词: 渠坡稳定性分析; 刚体极限平衡法; 有限元极限平衡法; 有限元强度折减法; 屈服准则

中图分类号: TU413.6⁺2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2013)04-0029-06

目前边坡抗滑稳定性分析方法主要有3类:经典的刚体极限平衡法、有限元极限平衡法和Zienkiewicz等提出的有限元强度折减法。经典的刚体极限平衡法视边坡土体为刚体,不考虑土体本身变形对边坡稳定的影响,同时在土条受力平衡分析时引入一些假设和简化,不同假设下得到的安全系数有一定的差异。但由于原理简单,易于编程实现,在工程应用中最为广泛。有限元极限平衡法^[1]在有限元应力变形计算成果的基础上对不同滑动体进行土体的极限平衡分析,滑动体的确定可以采用与刚体极限平衡法中相同的优化算法,也可采用一些专门的滑动轨迹搜索算法^[2-3]。在计算土体应力变形时可以采用不同的土体本构模型,以反映土体的非线性、非弹性、剪胀(缩)性和各向异性等土体基本力学特性,故在理论上较刚体极限平衡法更为先进合理,得到的安全系数及滑动轨迹具有明确的物理意义。目前这类方法在工程边坡分析中也已得到了较为广泛的应用。O. C. Zienkiewicz等提出的有限元强度折减法^[4-5]完全抛弃了前2种方法要不断搜索可能破坏面的基本假定,对土体抗剪强度指标进行折减后直接进行有限元弹塑性计算,最终能够得到一个土体恰好“破坏”时的折减系数。该折减系数具有明确的安全系数物理意义。判断边坡失稳“破坏”的依据主要有塑性区是否贯通、迭代计算是否收敛及特征部位变形是否发生突变等判据^[6]。边坡弹塑性计算时的屈服准则以Mohr-Coulomb(M-C)准则和Drucker-Prager(D-P)系列准则应用最为广泛。有限元强度折减法既可以用于土质边坡稳定分析,也可以用于岩质边坡稳定分析。一般含M-C准则或D-P准则的基本理想弹性有限元程序就可直接使用,不需要额外增加搜索破坏面的程序代码,因此较前2种方法更为方便。

本文以南水北调工程河南境内某典型复杂渠道边坡为例,采用刚体极限平衡法中的Spencer法^[7]、有限元极限平衡法以及有限元强度折减法进行比较计算,比较这3种方法以及不同屈服准则对渠坡稳定性分析结果的影响。

收稿日期: 2012-12-30

基金项目: 国家“十二五”科技支撑课题资助项目(2011BAB10B02)

作者简介: 岑威钧(1977-),男,浙江慈溪人,副教授,博士,主要从事土石坝工程结构安全分析及水工建筑物渗控研究。

E-mail: hhucwj@163.com

1 3种稳定计算方法的基本理论

1.1 刚体极限平衡法

刚体极限平衡法将可能滑动体视为刚体,分别计算滑动体所受的抗滑力(矩)和滑动力(矩),以抗滑力(矩)与滑动力(矩)之比作为衡量边坡稳定的依据,其基本公式如下:

$$F_s = \tau_f / \tau \quad (1)$$

式中: τ_f 为土体的抗剪强度; τ 为剪应力。

根据可能滑动体各土条是否考虑条间力、条间力的作用位置以及滑弧形状等假定的不同,刚体极限平衡法又分为瑞典圆弧法、Bishop法、Morgenstern-Price法、Spencer法等。其中,Spencer法引入了条间法向力与切向力夹角恒定以及切向力合力作用点位于土条底面的假设,使得各土条能够满足全部静力学平衡条件,最为严格,故本文选择Spencer法作为刚体极限平衡法的典型计算方法。

1.2 有限元极限平衡法

1.2.1 滑动面上的应力 有限元极限平衡法中,假定滑动面上某点的应力状态为 σ_x 、 σ_y 和 τ_{xy} ,则该点的法向应力 σ_n 和切向应力 τ ^[8-9]为:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \tau &= \tau_{xy} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

式中: α 为滑动面与水平面的夹角。

又,该点的抗剪强度为:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (3)$$

式中: c 为黏聚力; φ 为内摩擦角。则整个滑动面的安全系数为:

$$F_s = \frac{\int (c + \sigma_n \tan \varphi) dl}{\int \tau dl} \quad (4)$$

为了计算滑弧面上各点的应力,首先要确定滑弧附近单元结点的应力状态。结点处应力需通过单元高斯点处应力映射(外推)而来,其计算公式^[10]如下:

$$f = \mathbf{N} \mathbf{F} \quad (5)$$

式中: f 为单元结点应力; \mathbf{N} 为映射矩阵; \mathbf{F} 为高斯点的应力值。

对于被滑弧穿过的每个单元都执行以上映射过程,通过绕结点平均的方法求得滑弧附近每一结点处的 σ_x 、 σ_y 和 τ_{xy} ,则按式(2)即可求得滑弧上相应点的法向和切向应力。

1.2.2 滑动面搜索方法 如果滑动面的形式已知,如常见的圆弧或复式滑动面等,则最危险滑动面的确定可以采用与刚体极限平衡法完全相同的搜索方法。但是对于滑动面形式未知的情况下,则需要采用一定的办法搜索出最终连贯的滑动破坏面。S. K. Giam等提出的方法可供选用^[11],该方法通过有限元计算找出应力水平较高点(记作 P 点),由 P 点出发在相邻两土条内构造局部滑裂面。图1给出了由 P 点在第 $N+1$ 个土条内构造局部滑裂面的过程,即以 P 点为基点呈放射状按照 1° 倾角变化形成 m 个底边长分别为 ΔL 的微小段,每一小段以其中点为控制点,控制点的应力状态由有限元计算结果得出,则由 P 点出发所得第 i 个条块的安全系数为:

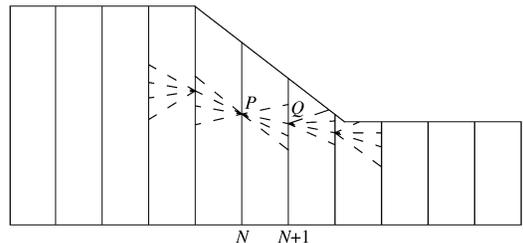


图1 滑动面搜索示意

Fig. 1 Sketch of sliding surface search method

$$F_i = \frac{\sum (c + \sigma_i \tan \varphi) \Delta L}{\sum (\tau_i) \Delta L} \quad (6)$$

找出 F_i 中的最小值 $F_{\min}(i=1,2,\dots,m)$. F_{\min} 即处于第 $N+1$ 个土条所处局部滑裂面位置. 再以 Q 点为基点找到第 $N+2$ 个土条内的局部滑裂面位置, 重复上述过程, 依次找到滑动面直至与坡面相交, 即可形成整个边坡的滑动面. 对于复杂边坡, 建议多选择几个 P 点, 有利于快速找到真正的滑动破坏面^[12].

1.3 有限元强度折减法

1.3.1 折减系数 有限元强度折减法是將岩土体材料的抗剪强度除以折减系数后用于有限元弹塑性计算, 取边坡达到破坏时的折减系数为安全系数. 假定岩土体的强度参数为 c 和 φ , 试算所取折减系数为 F_r , 则折减强度 τ_r 为:

$$\tau_r = \tau_r / F_r = c / F_r + \sigma_n \tan \varphi / F_r \tag{7}$$

则岩土体材料的折减强度参数 c_r, φ_r 的计算表达式为:

$$\begin{cases} c_r = c / F_r \\ \varphi_r = \text{atan}(\tan \varphi / F_r) \end{cases} \tag{8}$$

1.3.2 屈服准则

(1) Mohr-Coulomb 屈服准则 M-C 准则是边坡稳定性分析中广泛使用的屈服准则^[12], 其表达式为:

$$F = \frac{1}{3} I_1 \sin \varphi - \left(\cos \theta_\sigma + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta_\sigma \sin \varphi \right) \sqrt{J_2} + c \cos \varphi = 0 \tag{9}$$

式中: I_1 为应力张量的第一不变量, 满足 $I_1 = \sigma_{ii}$; J_2 为偏应力张量的第二不变量, 满足 $J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$; θ_σ 为应力罗德角.

M-C 准则在应力空间中是一个以静水应力轴为对称轴的等边六角锥, 存在棱角, 给数值计算带来不便^[13], 故可用与 M-C 准则相匹配的 D-P 准则替代.

(2) 与 M-C 相匹配的 Drucker-Prager 系列准则 D-P 准则的通用表达式如下:

$$F = \alpha I_1 - \sqrt{J_2} + k = 0 \tag{10}$$

根据与 M-C 准则不同的匹配条件, 可以产生 D-P 系列准则, 记为 D-P1 ~ D-P5, 偏平面内的拟合关系见图 2, 其匹配条件及系数见表 1.

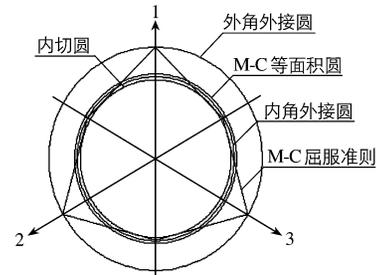


图2 D-P 准则与 M-C 准则的拟合关系 (偏平面内)

Fig. 2 Fitting relationships of D-P criteria and M-C criterion (in deviatoric plane)

表1 与 M-C 相匹配的 D-P 系列准则系数^[13]

Tab. 1 Coefficients of the M-C criterion matching D-P series criteria

编号	准则种类	α	k
D-P1	M-C 外接圆(压缩)	$\frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3-\sin \varphi)}$	$\frac{6 c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3-\sin \varphi)}$
D-P2	M-C 内接圆(拉伸)	$\frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3+\sin \varphi)}$	$\frac{6 c \cos \varphi}{\sqrt{3}(3+\sin \varphi)}$
D-P3	M-C 内切圆 (平面应变下关联流动法则)	$\frac{\sin \varphi}{\sqrt{3}(3+\sin^2 \varphi)}$	$\frac{3 c \cos \varphi}{\sqrt{3} \sqrt{3+\sin^2 \varphi}}$
D-P4	平面应变、非关联流动法则下 M-C 匹配准则	$\frac{\sin \varphi}{3}$	$c \cos \varphi$
D-P5	M-C 等面积圆	$\frac{2 \sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{2 \sqrt{3} \pi} \sqrt{9-\sin^2 \varphi}}$	$\frac{6 \sqrt{3} c \cos \varphi}{\sqrt{2 \sqrt{3} \pi} \sqrt{9-\sin^2 \varphi}}$

由式(10)以及表1可知: 同一偏平面内, 系数 α 越大, 屈服时所需的第二偏应力不变量 J_2 越大, 故同一边坡使用不同的 D-P 系列准则所得安全系数满足 $D-P1 > D-P2 > D-P5 > D-P4 > D-P3$.

2 渠坡稳定性比较计算

计算对象为南水北调工程中线河南境内某典型复杂渠道边坡,地层以相互间隔的泥灰岩和弱膨胀性黏土岩为主,剖面示意图见图3.一级马道宽4.66 m,以下设10 cm厚的混凝土衬砌板,坡比1:2;二三级马道均宽2.00 m,坡比1:1.75,坡顶四级马道相邻上下段坡比均为1:1.5,渠底宽9.66 m.渠道所处地层岩土材料的主要物理力学参数见表2.

取渠中心线一侧渠坡作为计算对象,计算域范围参见图3.分别采用刚体极限平衡法中的Spencer法,弹塑性有限元极限平衡法以及有限元强度折减法进行计算,屈服准则取为M-C准则.图4为3种计算方法所得渠坡滑弧示意图,其中强度折减法以等效塑性应变贯通作为破坏标准.表3给出了3种稳定分析方法得到的渠坡抗滑稳定安全系数,由表可知3种计算方法所得安全系数十分接近,安全系数相差在3%之内,且所得滑弧位置基本一致.

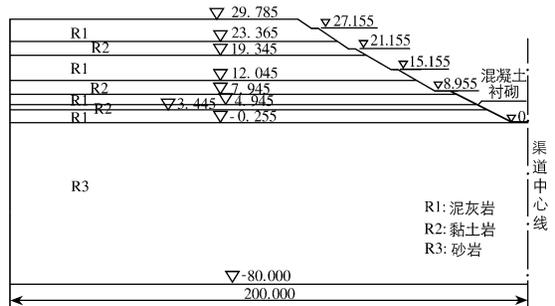


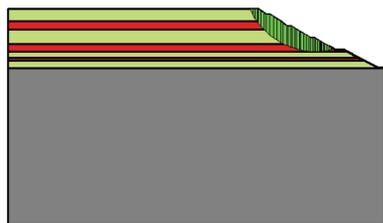
图3 渠坡典型剖面地层分布(单位:m)

Fig. 3 A section of a typical channel slope profile (unit: m)

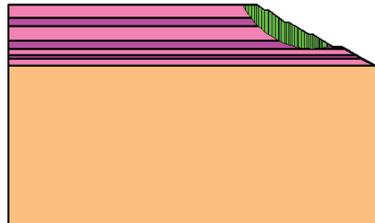
表2 岩土体的物理力学参数

Tab. 2 Physical and mechanical parameters of the rock materials

材料	凝聚力/kPa	摩擦角/°	重度/(kN·m ⁻³)	弹性模量/MPa	泊松比
泥灰岩	50	21	20.3	52	0.35
黏土岩	22	19	20.2	46	0.33
砂岩	15 000	40	24.3	3 000	0.25
混凝土衬砌			24.0	25 500	0.167



(a) 刚体极限平衡法(Spencer法) $F_s = 1.590$



(b) 有限元极限平衡法 $F_s = 1.598$



(c) 有限元强度折减法(M-C准则) $F_s = 1.631$

图4 3种计算方法所得渠坡滑弧示意

Fig. 4 Sketches of channel slope sliding surfaces obtained from three different methods

表3 不同屈服准则所得安全系数

Tab. 3 Safety factors given by different yield criteria

方法	Spencer法	有限元极限平衡法	有限元强度折减法(不同破坏准则)					
			M-C	D-P1	D-P2	D-P3	D-P4	D-P5
安全系数	1.590	1.598	1.631	1.996	1.750	1.598	1.612	1.701
误差	0	0.50%	2.57%	25.53%	10.06%	0.50%	1.38%	6.98%

注:误差计算以Spencer法的计算结果作为基本值.

此外,还根据不同形式的D-P系列屈服准则计算了该渠坡的安全系数.相对于M-C准则,采用D-P准则后抗剪强度参数折减过程中其计算结果具有很好的单调收敛性,不像采用M-C准则时,对某些复杂边坡在强度参数折减的过程中其计算结果有时会出现波动,不易趋于稳定.这应该与不等边六角锥形的M-C屈服

准则存在棱角易引起数值计算奇异性有关.限于篇幅,本文仅给出各类 D-P 系列屈服准则所得安全系数(表 3),其中不同类型 D-P 系列屈服准则下的屈服破坏面与图 4(c)很相近.由表 3 可知,不同形式的 D-P 准则所得安全系数偏差较大,且 D-P1 所得安全系数最大;D-P3 与 D-P4 所得安全系数与 M-C 准则所得安全系数较为接近;若以 M-C 准则为基准,D-P1 与 M-C 安全系数相差 22.4%;不同的屈服准则计算出的规律与 1.3.2 节中所述规律一致.事实上,表 1 给出的 5 种不同形式的 D-P 准则之间有一定的相关性,各自屈服准则下得到的不同安全系数之间可以相互转换,其结果是一致的^[14].

3 结 语

(1)基于有限元分析的极限平衡法以及强度折减法所得安全系数与刚体极限平衡法所得结果十分接近,且滑弧位置也基本一致,说明 3 种方法计算边坡稳定具有足够的可靠性.

(2)鉴于 M-C 准则的屈服面在应力空间中存在棱角,为了使数值计算过程易于稳定,建议考虑使用 D-P 准则代替 M-C 准则进行计算.

(3)采用强度折减法计算边坡稳定时,屈服准则的具体形式对计算结果影响很大. D-P 系列准则中 D-P1 (即 M-C 准则的外接圆)与 M-C 准则相差达到 20% 以上,不能直接作为安全系数计算成果(各准则下的安全系数值可以进行转换). D-P3 准则以及 D-P4 准则得到的结果较为精确,其强度折减系数可以直接作为边坡稳定的安全系数选用.

因此,在渠坡稳定性计算时选择何种计算方法对渠坡安全系数影响不大,使用有限元强度折减法计算时建议优先采用 D-P3 或 D-P4 代替 M-C 强度准则.

参 考 文 献:

- [1] DUNCAN J M. State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 122(7): 577-596.
- [2] 曾亚武, 田伟明. 边坡稳定性分析的有限元法与极限平衡法的结合[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(增刊2): 5355-5359. (ZENG Ya-wu, TIAN Wei-ming. Slope stability analysis by combining FEM with limit equilibrium method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(Suppl2): 5355-5359. (in Chinese))
- [3] 刘真真, 方朝阳, 朱涛, 等. 有限元极限平衡法在边坡稳定性分析中的应用[J]. *水电能源科学*, 2010, 28(12): 93-94. (LIU Zhen-zhen, FANG Chao-yang, ZHU Tao, et al. Application of FEM limit equilibrium method to slope stability analysis [J]. *Water Resources and Power*, 2010, 28(12): 93-94. (in Chinese))
- [4] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. *Geotechnique*, 1975, 25(4): 671-689.
- [5] GIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 387-403.
- [6] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. *岩土力学*, 2005, 26(2): 332-336. (ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(2): 332-336. (in Chinese))
- [7] 郑荣跃, 梧松. 基于 Spencer 法的边坡稳定性可靠度指标分析[J]. *岩土力学*, 2006, 27(1): 147-153. (ZHENG Rong-yue, WU Song. Reliability index analysis of slope stability based on Spencer's method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(1): 147-153. (in Chinese))
- [8] 殷宗泽. 土工原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007: 426-427. (YIN Zong-ze. *Geotechnical principles*[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2007: 426-427. (in Chinese))
- [9] 王连捷, 周春景, 吴珍汉, 等. 用有限元极限平衡法分析边坡的稳定性[J]. *中国地质*, 2008, 35(5): 1031-1034. (WANG Lian-jie, ZHOU Chun-jing, WU Zhen-han, et al. Slope stability analysis by the limit equilibrium method based on the finite element method[J]. *Geology in China*, 2008, 35(5): 1031-1034. (in Chinese))
- [10] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. *The finite element method for solid and structural mechanics*[M]. Oxford: Butterworth-

- Heinemann, 2000: 140-143.
- [11] GIAM S K, DONALD I B. Determination of critical slip surfaces for slopes via stress-strain calculation[C]//5th A N Z Conf Geomechanics, Sydney, 1988: 461-464.
- [12] 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础[M]. 天津: 天津大学出版社, 2006: 81-82. (ZHANG Xue-yan, YAN Shu-wang. Fundamentals of plastic geotechnics[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2006: 81-82. (in Chinese))
- [13] 邓楚键, 何国杰, 郑颖人. 基于 M-C 准则的 D-P 系列准则在岩土工程中的应用研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(6): 735-738. (DENG Chu-jian, HE Guo-jie, ZHENG Ying-ren. Studies on Drucker-Prager yield criterions based on M-C yield criterion and application in geotechnical engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(6): 735-738. (in Chinese))
- [14] 郑颖人, 赵尚毅, 邓楚键, 等. 有限元极限分析法发展及其在岩土工程中的应用[J]. 中国工程科学, 2006, 8(12): 39-59. (ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi, DENG Chu-jian, et al. Development of finite element limit analysis method and its applications in geotechnical engineering[J]. Engineering Science, 2006, 8(12): 39-59. (in Chinese))

Comparison of different channel slope stability analysis methods

CEN Wei-jun, DENG Tong-chun, SHI Cong-hao, WANG Meng

(College of Water Conservancy & Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: At present, three methods can be used in channel slope stability analysis, which are the rigid limit equilibrium method, the finite element limit equilibrium method and the finite element strength reduction method. In order to compare these three methods and different yield criteria in the slope stability analysis, the stability of a typical and complex channel slope in the South-to-North Water Transfer Project is calculated. The calculated results show that these three methods can get a similar safety factor, while the yield criterion is a great impact factor in a strength reduction method. As the edges and corners of Mohr-Coulomb(M-C) yield criterion can affect the stability of numerical calculation, the third or the forth Drucker-Prager(D-P) criterion which is used to match M-C criterion can take place of M-C criterion in the channel slope stability analysis. In this way, the safety factor would be reasonable and the calculation process would be stable in the finite element strength reduction method.

Key words: channel slope stability analysis; rigid limit equilibrium method; finite element limit equilibrium method; finite element strength reduction method; yield criterion

水利部 948 项目“区域旱情野外土湿监测设备引进及早情预报系统研制”通过验收

2013 年 6 月 1 日,由南京水利科学研究院等单位承担的水利部“948”项目“区域旱情野外土湿监测设备引进及早情预报系统研制”验收会在南京举行.会议由水利部“948”项目管理办公室主持,水利部国科司朱寿峰处长、南京水利科学院长孙金华副院长出席了会议.

验收专家组听取了项目组的工作汇报和成果介绍,审阅了有关技术资料,经质询和讨论确定,该项目全面完成了任务书规定的工作任务,达到了考核指标,项目取得较好进展,尤其是在区域旱情分析、墒情监测预报、墒情日常监测、干旱预警、墒情发布、水量调度工作中,得到了实践应用,取得了良好的效果.

摘自南京水利科学研究院网站