基于非概率可靠度理论的拱坝安全度评价

夏 雨[1], 张仲卿[1], 赵小莲[2], 周满元[1], 黄福来[1], 王大伟[3]

(1. 广西大学 土木建筑工程学院, 广西 南宁 530004; 2. 广西大学 材料科学与工程学院, 530004; 3. 广西交通规划勘察设计研究院, 广西 南宁 530011)

摘要: 传统可靠性方法利用概率论和模糊理论处理结构不确定因素. 应用非概率凸集模型处理结构的不确定性,结合有限元分析,通过结构材料不确定参数的区间运算,得到坝体单元的非概率可靠度指标. 考虑坝体初始开裂位置的随机性,根据非概率可靠度指标最小单元依次破坏的准则来搜索拱坝所有可能的失效模式,得出各种可能失效模式下拱坝非概率可靠度指标的最小值即为拱坝的非概率可靠度. 综合拱坝各种失效模式可以更合理准确地评价拱坝的安全度.

关 键 词: 凸集模型; 非概率; 结构可靠性; 区间运算; 拱坝

中图分类号: TV642.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1009-640X(2010)03-0079-05

结构分析和设计中,通常利用概率论和模糊理论处理相关的不确定性,但一般概率可靠性和模糊可靠性模型都需要较多数据,某些计算模型的相关计算参数很难获得,而研究表明,概率可靠性对概率模型参数很敏感,概率数据的小误差可以导致结构可靠性计算出现较大的误差[1]. 非概率可靠性对原始数据要求很低,只需知道不确定参数的界限而不要求其具体的分布形式,且不涉及概率的概念,无需求其概率密度函数或者隶属函数,当统计数据缺乏或者难以得到试验数据时可首选此方法[2]. 它是以构件性能的波动范围与要求的变化范围相比较,确定其安全可靠程度,计算结果有明确的物理意义. 文献[3]对坝体单元的非概率可靠度进行了讨论,但没有涉及拱坝结构体系的可靠度. 失效模式与拱坝可靠度密切相关,文中讨论了基于非概率理论的复杂结构体系的失效可靠度,考虑初始开裂位置的随机性,并通过对拱坝可能失效模式的搜索来确定拱坝的可靠度.

1 基本理论

20世纪60年代,由于数学规划、最优控制、变分学、数值逼近以及数学经济学等多方面的需要,出现了新的数学分支——凸分析[4]. 凸集模型理论是为了解决力学中不确定问题而产生的,它可以求出具有不确定性问题的最大值或最有利响应和最小值或最不利响应,以及响应所在范围的集合估计,凸集模型理论具有计算简单、适应性好等优点. 在研究和设计中,不确定变量或函数要借助于变量或函数所在的集合来进行描述. 一般常用的凸集模型有区间模型、椭球模型、瞬时能量有界模型、积分能量有界模型和包络有界模型[5-6].

2 基于区间分析的非概率模型[7-8]

设问题中的不定参量可用区间界限 $y=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}$ 表示基本区间变量的集合,其中,$y_i\in Y_i^I(i=1,2,\cdots,n)$. 同随机可靠性问题一样,取 $Z=g(y)=g(y_1,y_2,\cdots,y_n)$ 为由结构失效准则确定的功能函数(或极限状

收稿日期: 2009-09-01

基金项目: 广西科学基金资助项目(0991063);国家博士后基金资助项目(20080440813)

作者简介: 夏 雨(1979-),男,河南南阳人,博士研究生,主要从事水工结构研究. E-mail: summ-rain@163.com.

态函数). 当 $g(\cdot)$ 为区间变量 $y=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}$ 的连续函数时,Z 也为一区间变量,设其均值和离差分别为 Z^c 和 Z^r ,并令

$$\eta = Z^c/Z^r \tag{1}$$

按照一般的结构可靠性理论,超曲面 $g(y)=0$ 称为失效面,它将结构的基本参量空间分为失效域 $\Omega_f=\{y:g(y)<0\}$ 和安全域 $\Omega_s=\{y:g(y)>0\}$ 两部分. 根据式(1),当 $\eta>1$ 时,对 $\forall y_i\in Y_i^I(i=1,2,\cdots,n)$,均有 $g(y)>0$,此时,结构安全可靠;当 $\eta<-1$ 时,对 $\forall y_i\in Y_i^I(i=1,2,\cdots,n)$,均有 $g(y)<0$,结构必然失效;而当 $-1\leqslant\eta\leqslant 1$ 时,对 $\forall y_i\in Y_i^I(i=1,2,\cdots,n)$,$g(y)>0$ 和 $g(y)<0$ 均有可能,即结构可能安全,也可能不安全. 可见,η 的值越大,结构的安全程度越高,因而可用 η 度量结构安全的可靠程度.

功能函数为双区间变量时,取功能函数方程 $Z=r-s=0$,其中:$r\in R^I$,$s\in S^I$ 分别为强度和应力区间变量. 作如下标准化变换 $r=R^c+R^r\delta_r$,$s=S^c+S^r\delta_s$,其中:R^c,R^r 和 S^c,S^r 分别为 r 和 s 的均值、离差,δ_r 和 δ_s 为标准化区间变量. 代入功能函数方程可得 $Z=R^r\delta_r-S^r\delta_s+(R^c-S^c)=0$. 显然,有 $Z^c=R_c-S^c$,$Z^r=R^r+S^r$,从而,其非概率可靠性指标可定义为

$$\eta=\begin{cases}\dfrac{R^c-S^c}{R^r-S^r} & R^c>S^c\\ 0 & 否则\end{cases} \tag{2}$$

同样,多区间变量线性函数的可靠性指标可定义为

$$\eta=\begin{cases}\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{m}a_iR_i^c-\sum\limits_{j=1}^{n}b_jS_j^c}{\sum\limits_{i=1}^{m}|a_i|R_i^r+\sum\limits_{j=1}^{n}|b_j|S_j^r} & \sum\limits_{i=1}^{m}a_iR_i^c>\sum\limits_{j=1}^{n}b_jS_j^c\\ 0 & 否则\end{cases} \tag{3}$$

不同位置的拱坝受力状态不同,故应根据实际受力状况采用相应的破坏准则[9]. 对于有限元模型来说,未破坏而处于三维应力状态的单元 ,应采用混凝土材料的三轴破坏准则;对于破坏后降为二维应力状态的单元,应采用双轴破坏准则;对于破坏后降为一维应力状态的单元,应采用单轴破坏准则,破坏形式的划分参见文献[10].

对于三维应力状态,采用俞茂宏双剪强度准则,即当 $\sigma_2\leqslant\dfrac{\sigma_1+\alpha\sigma_3}{1+\alpha}$ 时,$g(\cdot)=\sigma_1-\dfrac{\alpha}{2}(\sigma_2+\sigma_3)-f_t$,否则 $g(\cdot)=\dfrac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)-\alpha\sigma_3-f_t$. 对于二维应力状态,采用 H. Kupfer 和 K. H. Gerstle 的二轴准则函数,即 二轴受压:$g(\cdot)=\sigma_{2c}-\dfrac{1+3.65\alpha}{(1+\alpha)^2}f_c$, 二轴拉压:$g(\cdot)=\sigma_{2c}-\dfrac{1+3.28\alpha}{(1+\alpha)^2}f_t$, 二轴受拉:$g(\cdot)=\sigma_{1t}-f_t$. 对于一维应力状态,采用最大应力强度准则,即 σ 为拉应力时,$g(\cdot)=\sigma-f_t$;σ 为压应力时,$g(\cdot)=\sigma-f_c$. 以上各式中,下标 t 为拉应力,c 为应力,$\alpha=f_t/f_c$.

3　模型范围及材料参数

模型以坝肩左右岸方向为 x 轴,右岸为正;顺河流方向为 y 轴,下游为正;坝体高度方向为 z 轴,坝体增高方向为正. 模型计算范围包括坝体左右岸各 230 m,坝体基础以下270 m,坝体上游 150 m,下游 360 m. 计算模型底部为三向固定约束,左右岸边界为 x 向约束,上下游边界为 y 向约束,总计单元 28 296 个,节点 33 830 个. 有限元模型见图 1. 考虑到地形,沿着不整合面、薄弱带的倾角、走向方向及对坝体影响较大的地质构造方

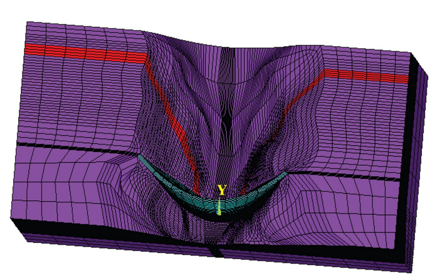


图 1　有限元模型

Fig. 1　Finite element model

向切割坝肩及基础，保证在这些可能发生移动、破坏的位置分布有节点和单元，以反映这些关键位置应力、位移的变化.

在工程应用计算中，非概率计算相关参数可以通过实地材料统计，或者参考类似工程相关资料获得. 本文计算参数见表1.

表1　材料计算参数

Tab. 1　Material parameters

位置	统计项	参数名称 重度/($kN \cdot m^{-3}$)	弹性模量/GPa	抗拉强度/MPa	抗压强度/MPa	黏聚力/MPa	摩擦角/(°)	热膨胀系数/10^{-6}
坝体	均　值	2 350	18	2	37.92	2	56	4.87
	离　差	229	1.787	0.298	3.79	0.295	8.386	0.479
	最大值	2 581.94	19.781 9	2.299 85	41.71	2.296 38	64.374 8	5.342 68
	最小值	2 124.03	16.208 3	1.702 89	34.13	1.705 83	47.601 9	4.385 25
坝肩	均　值	2 730	14	1.8	45	0.9	45	–
	离　差	406.5	2.081	0.359	8.87	0.176	8.889	–
	最大值	3 138.5	16.068	2.158 87	53.882 7	1.073 08	53.896	–
	最小值	2 325.44	11.906 3	1.440 88	36.137	0.720 567	36.117 3	–
不整合面	均　值	2 750	3	1.5	43	0.35	35	–
	离　差	672.7	0.59	0.373	10.68	0.086	8.693	–
	最大值	3 434.39	3.582 36	1.871 89	53.620 8	0.434 757	43.644 8	–
	最小值	2 088.93	2.402 32	1.126 69	32.259 9	0.263 051	26.258	–

4　坝体及坝基非概率可靠度计算

4.1　计算过程

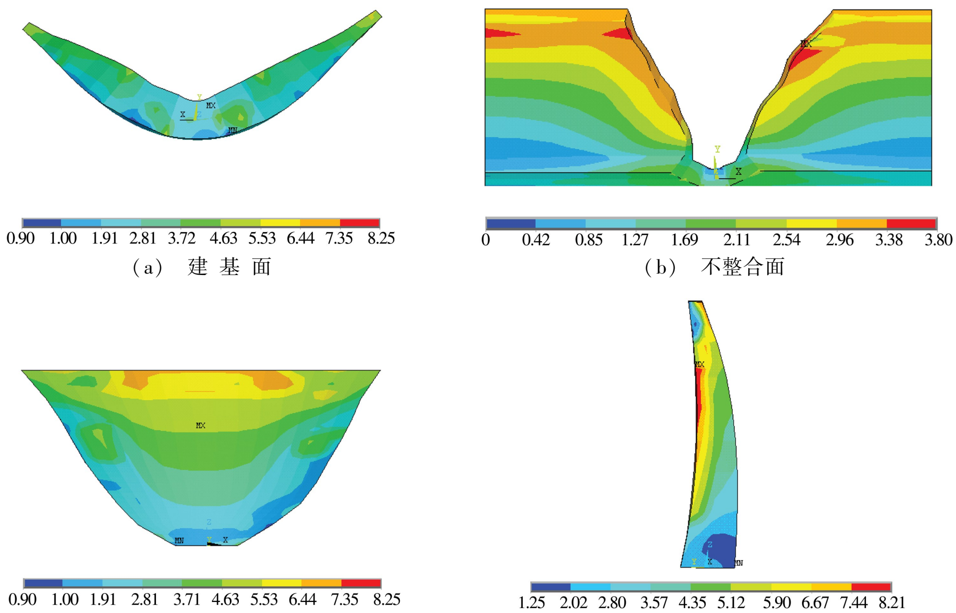
采用中心复合响应面法确定单元主应力的响应函数. 先在有限元模型中进行$2n+1$次确定性的分析(n为不确定量的个数)，得到单元响应面函数的插值数据，用Matlab编程拟合响应面函数，再通过有约束的二次规划得到单元主应力的区间模型. 根据单元应力状态选择相应的功能函数计算单元的非概率可靠度指标.

对于任何一种失效模式来说，出现该失效模式即认为坝体失去承载力，也就是说一种失效模式包含的所有单元发生破坏，坝体即失效. 对整个结构体系可靠度的评价，转换到对各种可能的失效模式的评价. 取功能函数方程$Z=r-s=0$，假定各单元区间变量不相关，考虑该模式下所有单元失效$Z_i=r_i-s_i=0$即满足$Z=\sum_{i=1}^{k}(r_i-s_i)=0$，$i$为单元编号. 因为各单元的应力状态不同，根据各单元应力状态，代入相应的功能函数方程，得到$Z=\sum_{i=1}^{m}a_ir_i-\sum_{j=1}^{n}b_js_j=0$，其中：$r_i\in R_i^I$，$s_j\in S_j^I(i=1,2,\cdots,m,j=1,2,\cdots,n)$为不相关区间变量；$a_i$，$b_j$为常数. 通过标准化变换，则功能方程可标准化为$Z=\sum_{i=1}^{m}a_iR_i^r\delta_{ri}-\sum_{i=1}^{n}b_jS_j^r\delta_{sj}+\left(\sum_{i=1}^{m}a_iR_i^c-\sum_{j=1}^{n}b_jS_j^c\right)$. 根据非概率可靠度的定义，可按式(3)定义结构体系的非概率可靠度指标，对简单结构而言，i是其包含的相关区间变量；对于结构体系，i可以看作组成复杂结构体系中的单个简单结构，每个简单结构包含自己的区间变量，每个单元的区间变量可以引伸为结构体系的"区间变量"；对于破坏模式，即对应其包含的所有依次破坏失效的单元. 结构体系的可靠度分析，实际是求解各主要失效模式下的可靠指标，在所有失效模式中最小的可靠指标即为结构体系的可靠指标. 另外，考虑到有限元计算结果有可能发生应力集中，而单元应力是在求出高斯积分点的应力后采用应力修匀原理得到的[11]，所以计算中为单元应力的响应面函数.

4.2　计算结果

坝体非概率可靠指标的计算包括坝肩、坝基和坝体的整体有限元模型. 由于篇幅所限只给出坝体特征位

置的非概率可靠指标分布情况(见图 2). 可见,整体表现为上游面中间顶部的可靠指标较高,建基面的较低;下游面则中上部位置的较高,周边的可靠指标较低. 也就是说坝体与建基面的交接位置是安全度比较低的区域. 在建基面部分位置,可靠指标小于 1,根据非概率可靠度指标的定义,该区域有可能失效.



(a) 建 基 面 (b) 不整合面

(c) 上 游 面 (d) 拱 冠 梁

图 2 坝体非概率可靠度指标

Fig. 2 Non-probability reliability index of arch dam

4.3 坝体可能失效模式的确定

按照计算得到的可靠指标最小的首先开裂,再依次搜索下一个临近最小可靠指标的单元,得到拱坝最有可能出现的失效模式. 但在拱坝开裂初期,其首先出现开裂的单元有一定的随机性,不一定是可靠指标最小的首先开裂. 因此,随机选择坝体可靠指标较低、且对参数变化比较敏感的满足开裂条件的单元为初始开裂单元,按照可靠指标最小依次搜索下一个邻近的破坏单元来进行坝体其它可能失效模式的搜索. 这样搜索结果中即包括由可靠指标最小依次开裂的失效模式,也考虑了初始开裂单元的随机性. 计算中分别进行了 31 次搜索,对搜索到的失效模式,用式(3)计算得到坝体在各种可能失效模式下的可靠指标(见图 3). 坝体失效的可靠指标最大值为2.95,出现在第20 种失效模式;最小值为 1.84,出现在第 10 种失效模式. 考虑到计算得到的非概率可靠指标最小的失效模式,有可能遗漏失效后果最严重的失效模式,把拱坝沿不整合面滑动失效的情况单独计算,得到拱坝的非概率可靠指标为 3.83. 综合前面分析,取坝体的非概率可靠指标为 1.84.

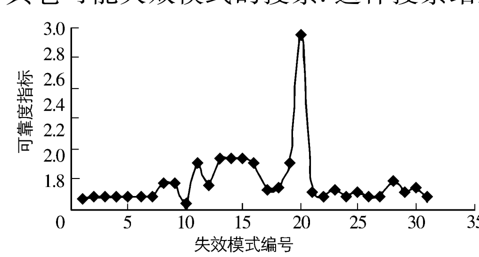


图 3 各失效模式下的可靠度指标

Fig. 3 Non-probability reliability index of each failure mode

5 结 语

采用非概率可靠度理论计算单元的非概率可靠度指标,

考虑初始开裂位置的随机性,然后由非概率可靠度指标最小的邻近单元破坏并依次发展的思想来搜索拱坝可能的失效模式. 文中考虑了坝体初始开裂位置的随机性,通过对坝体可能失效模式的搜索,综合失效后果最严重的失效模式的分析,计算得到拱坝的可靠度是比较合理的.

参 考 文 献：

[1] ELISHAKOFF L. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structuctures：from A. M. Freudenthal′s criticisms to modern convex modeling[J]. Computers and Structures，1995，56(6)：871-895.

[2] HUANG Hong-zhong，LI Yong-hua. Robust reliability analysis of vibration components[J]. International Journal of Reliability and Applications，2004，5(2)：59-274.

[3] 张勇，赖国伟，张睿，等. 高拱坝的非概率可靠性分析[J]. 中国农村水利水电，2008(5)：62-65.（ZHANG Yong，LAI Guo-wei，ZHANG Rui，et al. Non-probabilistic reliability analysis of high arch dams[J]. China Rural Water and Hydropower，2008(5)：62-65.（in Chinese））

[4] 史书忠. 凸分析[M]. 上海：上海科学技术出版社，1990.（SHI Shu-zhong. Convex analysis[M]. Shanghai：Shanghai Science and Technology Press，1990.（in Chinese））

[5] BEN-HAIM Y. A non-probabilistic measure of reliability of linear systems based on expansion of convex models[J]. Structure Safety，1995(17)：91-109.

[6] 李永华，黄洪钟，刘忠贺. 结构稳健可靠性分析的凸集模型[J]. 应用基础与工程科学学报，2004，12(4)：383-391.（LI Yong-hua，HUANG Hong-zhong，LIU Zhong-he. Convex model in robust reliability analysis of structure[J]. Journal of Basic Science and Engineering，2004，12(4)：383-391.（in Chinese））

[7] 郭书祥，吕震宙，冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报，2001，18(1)：56-59.（GUO Shu-xiang，LV Zhen-zhou，FENG Yuan-sheng. A non-probabilistic model of structural reliability based on interval analysis[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics，2001，18(1)：56-59.（in Chinese））

[8] 郭书祥，张陵，李颖. 结构非概率可靠性指标的求解方法[J]. 计算力学学报，2005，22(2)：227-231.（GUO Shu-xiang，ZHANG Ling，LI Ying. Procedures for computing the non-probabilistic reliability index of uncertain structures[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics，2005，22(2)：227-231.（in Chinese））

[9] 杨令强，练继建，张社荣. 拱坝的破坏分析及超载问题探讨[J]. 水利学报，2003(3)：55-62.（YANG Ling-qiang，LIAN Ji-jian，ZHANG She-rong. Analysis of breaking and overloading of arch dams[J]. Journal of Hydraulic Engineering，2003(3)：55-62.（in Chinese））

[10] 过镇海，王传志. 多轴应力下混凝土的强度和破坏准则研究[J]. 土木工程学报，1991，24(3)：1-14.（GUO Zhen-hai，WANG Chuan-zhi. Investigation of strength and failure criterion of concrete under multi-axial stresses[J]. China Civil Engineering Journal，1991，24(3)：1-14.（in Chinese））

[11] 朱伯芳. 有限元法原理与应用[M]. 北京：中国水利水电出版社，1998：146-150.（ZHU Bo-fang. Principal and application on finite element method[M]. Beijing：China WaterPower Press，1998：146-150.（in Chinese））

Safety analysis of arch dam based on non-probability theory

XIA Yu[1]，ZHANG Zhong-qing[1]，ZHAO Xiao-lian[2]，ZHOU Man-yuan[1]，HUANG Fu-lai[1]，WANG Da-wei[3]

（1. *College of Civil and Architecture Engineering*，*Guangxi University*，*Nanning* 530004，*China*；2. *College of Materials Science and Engineering*，*Guangxi University*，*Nanning* 530004，*China*；3. *Guangxi Communications Planning*，*Surveying and Designing Institute*，*Nanning* 530011，*China*）

Abstract：In assessing structural safety probability，fuzzy theories are always used as a traditional reliability method to deal with uncertainties of structure. The non-probability and the convex set models are applied to the process of structural uncertainties，and the nou-probability reliability index of dam elements is obtained by interval arithmetic of uncertain parameters in combination with a finite element analysis in this study. Considering randomness of dam intial cracking position and based on the idea that the smallest element of the non-probability reliability index will fail one by one，it is found that the minimum of the arch dam non-probability reliability index is the arch dam non-probability reliability index in all probable failure mode cases. It can give a more reasonable and accurate safety evaluation of arch dams by analysis of all possible failure modes.

Key words：convex model；non-probabilistic；structural reliability；interval arithmetic；arch dam