# 动力荷载作用下裂缝水力劈裂效应研究

## 郑志芳,李宗利,孙丽丽

(西北农林科技大学 水利与建筑工程学院,陕西 杨凌 712100)

**摘要:**在动力荷载作用下,高坝等建筑物内含水裂缝的快速闭合将产生较大的附加水压,导致裂缝失稳破坏. 假定裂缝形状为半椭圆形,裂缝边缘张开闭合速度呈正弦规律变化,在此情况下,推导出裂缝在动力荷载作用 下因水压缩产生的缝内附加水压计算式.通过实例,分析了裂缝边缘张开闭合速度、排水率和裂缝初始张开宽 度对缝内最大附加水压及裂尖应力强度因子的影响规律.研究表明,随裂缝边缘张开闭合速度的增大,最大附 加水压逐渐增大,计算实例的缝内附加水压是初始水压的1.798 倍;随着初始裂缝宽度的增大,最大附加水压迅 速减小;随着裂缝排水率的减小,附加水压及裂尖强度因子迅速增大.

**关 键 词:**裂缝;动力荷载;附加水压;计算式;实例分析 中图分类号:TV642.1:TV312 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-640X(2010)02-0045-06

近年来,一大批混凝土高坝相继建设或即将开建,大多处于强震高发区. 混凝土坝在施工过程中不可避 免地会产生微裂缝,这些微裂缝在荷载作用下可能会慢慢扩展、贯通,直至产生宏观裂缝<sup>[1-5]</sup>. 大坝蓄水后, 上游面的裂缝将慢慢被水充满. 在地震荷载作用下,这些裂缝就会随地震作用不断张开、闭合,缝内水的体积 也将随之变化. 由于水是压缩性比较小的流体,在闭合时会引起较大的水力劈裂力,可导致裂缝的失稳. 而合 理确定裂缝动态张开、闭合过程中裂缝的稳定性,首先要得到缝内水压的分布及大小. 目前,关于混凝土水力 劈裂裂缝内水压力分布的研究还比较少. Tinwai 等<sup>[6]</sup>从理论上研究了水力劈裂过程中裂缝内水压力分布. Visser 等<sup>[7]</sup>研究了裂缝缓慢张开闭合情况下裂缝周围的渗透率和饱和度对缝内水压的影响. Slowik 等<sup>[8]</sup> 通 过混凝土楔形试件劈裂,测得快速闭合时裂缝内压力增大为初始压力的3倍,同时研究了不同张开速度时缝 内水压梯度分布随时间的变化规律. 文献[9-10]等推导了缝内水压分布的微分方程,并得到裂缝扩展稳定 状态任意时刻缝内压力的计算式.

以上对缝内水压的研究大多是在裂缝缓慢张开的情况下进行的.本文通过假定裂缝形状、裂缝边缘张开闭合速度和排水情况,把缝内流体视为可压缩体,研究裂缝在循环交变动力作用下的不断张开、闭合情况下缝内水压的变化规律,并应用断裂力学对裂尖应力强度因子进行分析,以便为地震荷载作用下高坝水力劈裂分析奠定基础.

1 水的可压缩性

保持温度不变时,密闭容器内的物质满足 pV=常数<sup>[11]</sup>,液体的体积会随压强的增加而缩小.该性质称为液体的压缩性,一般用体积压缩系数  $\beta(m^2/N)$ 和体积弹性模量 E(Pa)来度量.体积压缩系数  $\beta$ 表示等温时增加单位压力所引起的液体体积的相对变化量,即

$$\beta = -\frac{\mathrm{d}V/V}{\mathrm{d}p} \tag{1}$$

收稿日期: 2009-06-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50779057);西北农林科技大学人才基金资助项目

作者简介:郑志芳(1987-),女,河南鹤壁人,硕士研究生,主要从事水工结构设计研究. E-mail: zzf1007@ yahoo. com. cn

(5)

式中:V为液体体积;dp为压力变化量;dV为液体体积变化量.E为 $\beta$ 的倒数,即

$$E = \frac{1}{\beta} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V/V} \tag{2}$$

常温下水的体积弹性模量 *E*=2.1×10<sup>9</sup> Pa<sup>[12]</sup>,压缩性很小.在地震荷载的作用下,含水裂缝的张开闭合 非常迅速,缝内的水来不及排出,因而将引起水体的压力急剧增大.设密闭容器的体积为 *V*,初始水体所受的 压力 *p*<sub>1</sub>=0,当水体的体积经压缩变为 *V*<sub>2</sub> 时,则产生的压力 *p*<sub>2</sub> 为:

$$p_2 = -\frac{EdV}{V} + p_1 = \frac{E(V_1 - V_2)}{V_1}$$
(3)

当密闭容器内水体体积分别减小原体积的 1/10 000,5/10 000,1/1 000,2/1 000,3/1 000,4/1 000 和 5/1 000 时,其对应的压力 *p*<sub>2</sub> 分别为 0.21,1.05,2.10,4.20,6.30,8.40 和 10.50 MPa. 可见,即使水体体积变化很小, 也会产生很大的压力.因此,研究动力荷载作用下裂缝内水体因压缩产生的压力,对分析高坝等裂缝的稳定 性很有必要.

2 附加水压计算式

假设坝体上游面存在一条含水裂缝,设其为半无限大体内的半椭圆裂缝,处于稳定状态(见图1),裂缝 的形状方程为:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{4}$$

式中:a,b分别为裂缝的长、短轴.在图1中w。为2b.

裂缝的初始体积为:  $V_0 = 0.25\pi a w_0$ 假设在动力荷载的作用下,裂缝开口宽度的张开速度为:

$$v = A \sin \omega t$$
 (6)

式中:A为振幅;w为频率;v取使裂缝张开的方向为正向(见图2).



设t时刻裂缝开口宽度为w,,则

$$w_t = \frac{A(1 - \cos\omega t)}{\omega} + w_0 \tag{7}$$

那么 t 时刻裂缝体积为:

$$V_{t} = 0.25\pi a \left[ \frac{A(1 - \cos\omega t)}{\omega} + w_{0} \right]$$
(8)

设*i*时段末裂缝体积为 $V_i$ ,经过1个微小 $\Delta t$ 后,在*i*+1时段末体积为 $V_{i+1}$ ,

$$V_i = 0.25\pi a \left[ A \frac{(1 - \cos\omega t)}{\omega} + w_0 \right]$$
(9)

$$V_{i+1} = 0.25\pi a \left\{ \frac{A \left[ 1 - \cos\omega \left( t + \Delta t \right) \right]}{\omega} + w_0 \right\}$$
(10)

体积变化量 dV 为:

$$\mathrm{d}V = V_{i+1} - V_i \tag{11}$$

若 dV>0,则裂缝处于张开状态;若 dV<0,则裂缝处于压缩状态.裂缝压缩,缝内水压大于缝外水压时,由 于水力梯度的存在,裂缝内将有部分水体排出,但由于闭合时间极其短暂,水不可能充分排出,因而导致缝内 水压增大.相反,裂缝快速张开时,裂缝的体积增大,将导致缝内水压的下降,同时缝内将有水浸入.由于裂缝 表面存在粗糙度,加之张开宽度较小,裂缝张开时水的浸入量很难计算,又因本文重点研究裂缝水受到压缩 引起的附加压力,故在此假设裂缝处于张开状态时,瞬间无水浸入,且不考虑毛细管力.同时,若缝内水压小 于外界水压,裂缝增大的那部分体积能被外界水不完全填充;若裂缝张开时缝内水压大于外界水压时,缝外 水不能进入裂缝,此时水的体积变化量为裂缝膨胀体积,则 dp<0.

裂缝压缩时,设在 Δt 时段内排出水的体积占体积压缩量 dV 的比值为 α,则裂缝内水的排出量为

$$V_{\ddagger \ddagger} = -\alpha \mathrm{d}V \tag{12}$$

α 的取值与裂缝张开速度、裂缝几何形状有关,因裂缝在动力荷载作用下的实际排水情况尚无定论,因此本文中关于 α 的取值均为假定,只是为了研究动力荷载作用下缝内水压的变化规律.由此可得水体积有效压缩量 dV<sub>\*</sub>为:

$$\mathrm{d}V_{\mathrm{tk}} = -(1-\alpha)\,\mathrm{d}V\tag{13}$$

根据式(3),则从*i*时段到*i*+1时段内水的压强增量为:

$$dp = \frac{EdV_{\#}}{V_i - V_{\#}} \tag{14}$$

将式(11),(12)和(13)代入式(14)得:

$$dp = \frac{E(\alpha - 1)(V_{i+1} - V_i)}{(1 - \alpha)V_i + \alpha V_{i+1}}$$
(15)

$$dp = \begin{cases} E(\alpha - 1) \frac{A[\cos\omega(t + \Delta t) - \cos\omega t]}{A\{(1 - \alpha)(1 - \cos\omega t) + \alpha[1 - \cos\omega(t + \Delta t)]\} + w_0\omega}, \ dV < 0\\ \frac{E(V_{i+1} - V_i)}{V_i}, \ dV > 0 \end{cases}$$
(16)

该式即为裂缝边缘张开速度为式(6)时,在微小时段内由于缝内水体积变化产生的水压增量. 设裂缝内 初始的水压为 *p*<sub>0</sub>,则根据式(16),就能得到任意时刻缝内的水压增量. 具体分析步骤如下:

(1)将时间分为若干个微小时段,根据式(8)计算每个时段末的裂缝体积;

(2)根据式(11)计算 *i* 时段到 *i*+1 时段的 dV,判断 dV 的正负,计算这个时段的 dp<sub>i</sub>;

(3)任意时段 *n* 的缝内水压为  $p_n = p_0 + p_{n-1} + dp_{n-1}(p_n \ge 0)$ ,附加水压为  $\Delta p = p_{n-1} + dp_{n-1}$ .

3 算例分析

已知某混凝土重力坝,坝高190 m,顶宽7.5 m,底宽144 m,上游坡面垂直,水头182.5 m,下游坡面系数0.78,水头36.5 m.该坝的第1阶自振频率ω=1.487 5 rad/s<sup>[11]</sup>,周期为4.224 s,取该频率为式(6)中的ω. 设坝踵处沿建基面有1条裂缝,长度为2 m,缝内初始水压为p<sub>0</sub>=1.790 MPa.采用图2 所示的裂缝模型,研究 不同初始裂缝张开宽度、不同张开速度及不同排水系数情况下裂缝按式(6)张开闭合时的缝内水压变化规律.

#### 3.1 最大附加水压随裂缝张开速度 v 的变化规律

裂缝口的张开速度直接影响附加压力的大小. 当  $A = 200 \ \mu m/s, \omega = 1.4875 \ rad/s, \alpha = 0.99, w_0 = 0.001 \ m, a = 2 \ m \ H, 含水裂缝缝内水压的变化如图 3 所示. 分析计算中取时间步长 <math>\Delta t = 0.02 \ s, 且不考虑毛细管力.$ 

)

由图 3 可见,前半个周期内,裂缝逐渐张开,缝内水压减小,因为不考虑毛细管力,故缝内水压最小为0; 后半周期内,裂缝开始逐渐闭合,缝内的水受到压缩,产生水压增量.该周期内的最大附加水压 Δp<sub>max</sub>为 3.21 MPa,为初始水压的1.798 倍,出现在周期末.下周期的前半段,裂缝体积逐渐增大,缝内的水压随之减 小,减小到 p=0(p<p<sub>0</sub>)时,水压保持不变,随后裂缝开始压缩,水压又逐渐增大,如此往复循环.

裂缝尺寸为 $w_0 = 0.001 \text{ m}, a = 2 \text{ m}, 排水率为 \alpha = 0.99 时, 裂缝张开速度幅值变化时裂缝最大附加水压与 初始水压的比值, 即<math>\Delta p_{\text{max}}/p_0$ 见图 4. 从图 4 可以看出, 随着裂缝张开速度幅值 A 的增大,  $\Delta p_{\text{max}}/p_0$ 的值也逐 渐增大. 在 A = 1 000  $\mu$ m/s 时,  $\Delta p_{\text{max}}/p_0$  达到了 9.046, 这说明裂缝内的附加水压相对于初始水压是很大的.



Fig. 3 Water pressure within crack during an cycle

#### 3.2 最大附加压力随排水率变化规律

从式(16)可以看出, dp 与裂缝边缘初始宽度  $w_0$  有关, 而与裂缝长度 a 无关. 裂缝长度 a 是通过影响排水率 a 来影 响附加压力的. 在裂缝闭合时缝内水体排出的量随裂缝长度 的增大而减小. 图 5 给出了裂缝尺寸为  $w_0 = 0.001 \text{ m}, a = 2$ m,裂缝张开速度幅值  $A = 200 \mu \text{m/s}$  时,不同排水率 a 情况下 裂缝内最大附加压力与初始水压的比值  $\Delta p_{\text{max}}/p_0$ . 从图 5 可 见,随着排水率的增大,  $\Delta p_{\text{max}}/p_0$  减小,且成近似直线关系. 从 式(15)可以看出, dp 与 a 应为非线性关系,出现近似线性的 原因是水的体积压缩模量 E 很大, 而裂缝体积很小.

#### 3.3 最大附加压力随裂缝尺寸变化规律

图 6 给出了在裂缝张开速度幅值  $A = 200 \ \mu m/s$ ,排水率  $\alpha = 0.99$  时不同裂缝边缘初始宽度情况下的最大附加压力与 初始水压的比值  $\Delta p_{max}/p_0$ .从图 6 可见,随着裂缝边缘初始宽 度  $w_0$  的增加, $\Delta p_{max}/p_0$ 逐渐减小,且减小的幅度越来越小.

#### 3.4 附加水压引起的裂尖附加应力强度因子变化规律

因为水的压缩而产生的附加水压,将对混凝土的 I 型断裂产生影响.利用下式计算混凝土裂缝因缝内水压引起的裂尖附加应力强度因子 K<sub>Ix</sub><sup>[14]</sup>:

$$K_{\rm Irk} = 1.12\sigma\sqrt{\pi a} \tag{17}$$











式中: $\sigma$  为裂缝面上的水压力. 在  $\omega$ =1.487 5 rad/s, $w_0$ =0.001 m,a=2 m 时,计算缝内水压产生的裂尖附加 应力强度因子  $K_{1x}$ ,并与初始水压产生的附加应力强度因子  $K'_{1x}$ 比较,结果见表 2. 从表 2 可见,因附加水压 力引起应力强度因子很大,一般都超过了静态初始水压引起的  $K'_{1x}$ ,说明裂缝的应力强度因子受缝内附加水 压影响较大. 随着 A 及  $\alpha$  的变化, $K_{1x}$ 与  $K'_{1x}$ 的比值呈现明显变化.

			~		
α	裂缝张开闭合速度幅值 $A/(\mu m \cdot s^{-1})$				
	100	200	300	400	500
0.995	0.740	1.399	1.991	2.531	3.025
0.990	1.481	2.798	3.983	5.061	6.050
0.985	2.220	4.197	5.974	7.591	9.075

Tab. 2  $K_{1tk}/K'_{1tk}$  with different crack closing velocities and drainage rates

### 4 结 语

假设裂缝形状为半椭圆形,推导了在动力作用下裂缝闭合张开任意时刻考虑水压缩引起的缝内水压及 附加水压的理论计算式,计算了特定裂缝在循环交替变动位移1个周期内的缝内水压及附加水压,得到给定 情况下最大附加压力为初始水压的1.798倍.分析了不同的裂缝张开闭合速度、裂缝张开宽度、裂缝排水情 况对缝内附加水压的影响.研究表明,随着裂缝闭合速度的增大,排水率的减小,缝内水压逐渐增大,裂尖应 力强度因子逐渐增大;随裂缝初始宽度的增大,缝内水压减小;排水率越大,缝内水压越小.

本文在推导中采用正弦裂缝张开闭合速度,人为假设裂缝形状为椭圆形及闭合时排水率,没有深入研究 裂缝张开闭合时的流固耦合问题,且认为裂缝长度不变,因此所得结果只能反映一般规律.根据实际地震波 的特征,裂缝在动力荷载作用下的水力劈裂效应仍有待于进一步深入研究.

#### 参考文献:

- [1] 汝乃华,姜忠胜. 大坝事故与安全·拱坝[M]. 北京:水利电力出版社, 1995: 182-214. (RU Nai-hua, JIANG Zhong-sheng. Arch dams · accidents and safety of dams[M]. Beijing: China WaterPower Press, 1995: 182-214. (in Chinese))
- [2] LINSBAURER H N, INGRAFFEA A R. Simulation of cracking in large arch dam: Part I [J]. Journal of Structural Engineering, 1989, 115(7): 1599-1615.
- [3] LINSBAURER H N, INGRAFFEA A R. Simulation of cracking in large arch dam: Part II [J]. Journal of Structural Engineering, 1989, 115(7): 1616-1630.
- [4] FENG L M, PEKAU O A, ZHANG C H. Cracking analysis of arch dam by 3D boundary element method [J]. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(6): 691-699.
- [5] 贾金生,李新宇,郑璀莹. 特高重力坝考虑高压水劈裂影响的初步研究[J]. 水利学报, 2006, 37(12): 1509-1515.
   (JIA Jin-sheng, LI Xin-yu, ZHENG Cui-ying. Studies on safety problem of high gravity dams higher than 200 m with consideration of hydraulic fracturing under water pressure[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(12): 1509-1515. (in Chinese))
- [6] TINWAI R, GUIZANI L. Formulation of hydrodynamic pressure in cracks due to earthquakes in concrete dams[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, 23: 699-715.
- [7] VISSER J H M. Extensile hydraulic fracturing of (saturated) porous materials[D]. Delft: Delft University, 1998.
- [8] SLOWIK V, SAOUMA V E. Water pressure in propagating concrete cracks [J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126 (2): 235-242.
- [9] 阳友奎,肖长富,邱贤德,等.水力压裂裂缝形态与缝内压力分布[J].重庆大学学报:自然科学版,2006,37(12): 1509-1515. (YANG You-kui, XIAO Chang-fu, QIU Xian-de, et al. Fracture geometry and pressure distribution in fracture for hydrofracturing[J]. Journal of Chongqing University(Natural Science Edition), 2006, 37(12): 1509-1515. (in Chinese))
- [10] 李宗利,任青文,王亚红. 岩石与混凝土水力劈裂裂缝缝内水压分布的计算[J]. 水利学报,2005,36(6):656-661.
   (LI Zong-li, REN Qing-wen, WANG Ya-hong. Formulation for water pressure distribution in rock or concrete fractures formed by hydraulic fracturing[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(6):656-661. (in Chinese))
- [11] 张凡, 习岗. 普通物理学[M]. 北京: 中国农业出版社, 2002: 104-105. (ZHANG Fan, XI Gang. General physics[M].
   Beijing: China Agricultural Press, 2002: 104-105. (in Chinese))

- [12] 吕宏兴, 裴国霞, 杨玲霞. 水力学[M]. 北京: 中国农业出版社, 2002: 6-7. (LV Hong-xing, PEI Guo-xia, YANG Ling-xia. Hydraulics[M]. Beijing: China Agricultural Press, 2002: 6-7. (in Chinese))
- [13] 刘霞. 混凝土重力高坝坝踵开裂对坝体受力性能的影响研究[D]. 杨凌:西北农林科技大学, 2008. (LIU Xia. Study on effects of high concrete gravity dam mechanical properties due to cracking at dam hell [D]. Yangling: Northwest A&F University, 2008. (in Chinese))
- [14] 丁遂栋,孙利民. 断裂力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1997: 207-216. (DING Sui-dong, SUN Li-min. Fracture mechanics[M]. Beijing: China Machine Press, 1997: 207-216. (in Chinese))

## Hydraulic fracturing effects of cracks under dynamic loads

ZHENG Zhi-fang, LI Zong-li, SUN Li-li

(College of Water Conservancy and Architecture Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

**Abstract**: Large additional water pressure can be caused by water carrying cracks' fast opening and closing, especially when the cracks are in high dams. This additional pressure may make cracks appear in unstable propagation. With the assumption that the crack is semi-elliptical and that the velocity of crack edge accords with sine rule, a calculation formula is derived to calculate the additional water pressure in cracks. The effect of crack edge's velocity, drainage rate, and crack edge's initial width on the additional water pressure and stress intensity factor is analyzed by use of an example. The study shows that the maximum additional water pressure in the example is 1.798 times of initial water pressure, but decreases quickly with the increase of crack edge's initial width. It also shows that the maximum water pressure and stress intensity factor increase quickly with the decrease of drainage rate.

Key words: crack; dynamic loads; additional water pressure; calculation formula; example analysis