

验证荷载法在结构可靠度评估中的有效性分析

李 汇 源

(西安建筑科技大学 材料科学与工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要: 介绍了验证荷载法的基本原理, 讨论了验证荷载法有效性的判别原则. 通过在标准正态随机空间中对验证荷载效应的考察, 分析了验证荷载法对结构可靠度产生影响的实质. 根据数值计算结果, 结合理论分析, 探讨了影响验证荷载效应的因素及其变化规律, 从而得出了验证荷载法的适用范围, 并给出了一般情况下能够对结构可靠度评估结果产生有效影响的验证荷载水平下限值. 根据得到的结论, 指出了在验证荷载法与统计推断法等其它既有结构可靠度评定方法间的内在联系, 以及与这些方法联合应用时的局限性.

关 键 词: 验证荷载; 有效性; 结构可靠度; 抗力

中图分类号: TU 311.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-640X(2009)02-0082-06

利用验证荷载试验所提供的信息对结构进行可靠度分析的方法称为结构可靠度分析的验证荷载法. 它最早应用于航空领域, 20 世纪 70 年代初开始进入结构工程领域^[1], 在既有结构尤其是水工结构的可靠度评估方面得到了广泛应用. 然而, 任何方法都不是万能的, 总有其适用范围和局限性. 本文通过在标准正态随机空间内对验证荷载效应的考察, 讨论了验证荷载法的适用范围以及影响验证荷载法有效性的各种因素, 得到了一些有益的结论, 使验证荷载法可以更加合理有效地应用于既有结构的可靠性评估.

1 验证荷载法的基本原理^[2,3]

验证荷载法的基本思想是: 在对结构进行可靠度分析时, 利用作用在结构上的验证荷载所提供的信息, 对抗力的分布进行更新, 用一条截尾的抗力分布曲线代替原来的分布曲线, 从而达到减小结构失效概率, 提高结构可靠度的目的.

设结构在经历验证荷载前的失效域为: $R-S < 0$, 其中: R, S 分别为结构抗力和荷载效应, 且彼此独立. 则此时结构的失效概率为:

$$p_f = \int_0^\infty \int_0^\infty f_R(x) f_S(y) dx dy \quad (1)$$

式中: $f_R(x)$ 和 $f_S(y)$ 分别为抗力 R 和荷载效应 S 的概率密度函数. 若结构承受验证荷载作用后未出现破坏或累积损伤等现象, 相应的验证荷载效应为 x_p , 说明抗力 R 大于 x_p , 即 $R > x_p$ 为必然事件, 则抗力 R 的概率密度函数将由 $f_R(x)$ 变为截尾分布 $f_R^*(x)$, 且有:

$$f_R^*(x) = \begin{cases} \frac{f_R(x)}{1 - F_R(x_p)} & x \geq x_p \\ 0 & x < x_p \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2008-06-03

作者简介: 李汇源 (1983-), 男, 河北石家庄人, 硕士研究生, 主要从事结构安全性的研究.

E-mail: li_huiyuan@yahoo.com.cn

式中: $F_R(x_p)$ 为抗力 R 的分布函数. 此时结构的失效概率变为:

$$p_f^* = \int_{x_p}^{\infty} \int_r^{\infty} f_R^*(x) f_S(y) dx dy = \frac{1}{1 - F_R(x_p)} \int_{x_p}^{\infty} \int_x^{\infty} f_R(x) f_S(y) dx dy \quad (3)$$

由此可见, 验证荷载效应 x_p 消除了抗力的部分不确定性, 减小了失效概率 p_f 的积分区域, 提高了结构的可靠度.

2 验证荷载有效性的评定标准

上述分析表明, 验证荷载能提高结构的可靠度. 然而, 大量算例表明, 当验证荷载效应 x_p 较小时, 对提高结构可靠度的作用并不显著. 因此, 需讨论多大的验证荷载才能对结构的可靠性评估产生有效影响, 即验证荷载的有效性问题. 然而, 有效与无效的判别又相当模糊, 为此, 首先需要确定一个评定标准. 文献[4, 5]以验证荷载能够对抗力的数字特征产生一定影响作为界定标准, 即认为当验证荷载能够对抗力的均值或方差产生有效影响时, 验证荷载才有效, 反之, 则无效. 可见, 这种判定方法实质上沿袭的是中心点法^[3, 6, 7]计算结构可靠指标的思想. 而实际工程中, 人们最关心的是结构的失效概率 p_f , p_f 的大小直接与结构的设计使用年限等多项重要指标密切相关. 因此, 能否对结构的失效概率 p_f 产生有效影响, 才是判别验证荷载是否有效的根本标准. 验证荷载确实消除了抗力的不确定性, 提高了抗力的均值, 减小了抗力的方差, 但这并不是验证荷载能够降低结构失效概率的根本原因, 验证荷载能够降低结构失效概率是由于它对结构的抗力分布产生了影响, 而这种影响是一种分布规律上的根本改变, 而非仅仅是数字特征上的改变, 数字特征的改变只是抗力分布规律改变的一个片面体现. 因此, 仅用验证荷载对抗力的均值和方差这两个数字特征的影响来描述验证荷载对结构抗力分布的改变, 进而来描述验证荷载对失效概率 p_f 的影响显然过于粗略.

如图1所示, 验证荷载的验证效应使得结构抗力的概率密度函数的尾部被截去, 从而大大减小了与结构失效概率 p_f 密切相关的干涉区域的面积, 这才是验证荷载能够有效减小结构失效概率 p_f 的关键. 而以验证荷载能够对抗力的数字特征产生一定影响作为验证荷载有效的界定标准, 只考察了验证荷载的截去作用对抗力数字特征的影响, 却无法反映验证荷载截去的部分恰恰是对结构失效概率 p_f 起着控制作用的“尾部”这一细节, 且没有考虑由于极限状态方程的不同, 以及不同可靠指标水平下 β 对失效概率 p_f 的变化敏感程度不同所造成的影响, 因此是不可取的.

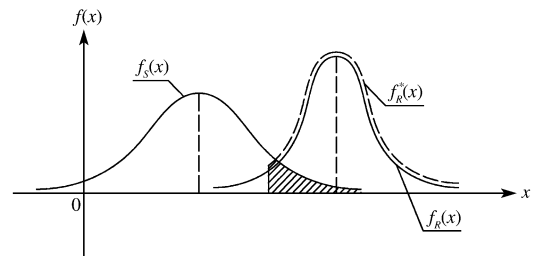


图1 截尾后的干涉区域(阴影部分)

Fig. 1 Interfering area after trail cutting

3 验证荷载对结构失效概率的有效影响

为了便于统一描述验证荷载效应 x_p 对结构可靠度的影响, 引入验证荷载水准 K . 令 $K = \Phi^{-1}[F_R(x_p)]$, 其中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的分布函数, 则 K 即为 x_p 映射于标准正态随机变量空间的映像. 这样, 无论抗力 R 服从怎样的分布, 验证荷载效应对结构失效概率的影响程度均可以在统一的标准正态空间中进行比较^[1, 3].

当结构抗力 R 服从正态分布时, 有:

$$K = \frac{x_p - \mu_R}{\sigma_R} \quad (4)$$

当结构抗力 R 服从对数正态分布 $\ln(\mu_{\ln R}, \sigma_{\ln R})$ 时, 有:

$$K = \frac{\ln x_p - \mu_{\ln R}}{\sigma_{\ln R}} \quad (5)$$

引入验证荷载水准 K 后,即可在标准正态随机变量空间内来研究验证荷载水准 K 对结构失效概率 p_f 的影响. 这里假设采用的是二次矩法来计算结构的可靠度,即结构的极限状态方程为直线,且 R 与 S 相互独立(见图 2). 结构的失效概率 p_f 即为在失效区域上的积分体的体积.

由图 1 可见,验证荷载作用于结构上,对抗力的分布会产生两种不同的效应:一种是对抗力分布的尾部的“截去效应”,截去的比例为 $F_R(x_p)$,在标准正态坐标系下即为 $\Phi(K)$;另一种是为了使得抗力的后验分布在整个区间上总的概率积分仍为 1 而对截尾后的剩余部分的“补偿效应”,而补偿的比例正是(3)式右边积分号前的系数 $\frac{1}{1-F_R(x_p)}$,在标

准正态坐标系下即为 $\frac{1}{1-\Phi(K)}$. 对于抗力而言,“补偿效应”的大小取决于“截去效应”的大小,两种效应的最终结果相抵消,抗力在整个区间上的积分仍为 1,但分布发生了变化. 同样,由图 2 也可看出,验证荷载作用于结构上,对结构的失效概率积分体 p_f 也会产生两种效应且截然相反:一种是验证荷载对失效区域积分体体积 p_f 的部分“截去”作用,即验证荷载对失效区域积分体的“截去效应”,该效应使结构的失效概率 p_f 减小;另一种是由于验证荷载截去了抗力分布的尾部,为了使得后验分布在整个区间上总的概率积分仍为 1 而对包括剩余失效概率积分体在内的整个剩余积分体的体积产生的“补偿效应”,该效应使结构的失效概率 p_f 又有所回升,验证荷载对 p_f 截去效应与补偿效应之差正是验证荷载对失效概率 p_f 所产生的减小作用. 由于验证荷载对失效区域积分体 p_f 的“补偿效应”本质上是由于对结构抗力的补偿效应引起的,因此,验证荷载对 p_f 的补偿比例也应是 $\frac{1}{1-\Phi(K)}$,而验证荷载对失效概率 p_f 的截去效应显然要大于对结构抗力分布的截去效应 $\Phi(K)$. 也就是说,验证荷载对于抗力分布和失效概率 p_f 的补偿效应相同但截去效应不同,从这个角度讲,验证荷载能够对失效概率 p_f 产生减小作用的原因就在于验证荷载对于整个二维标准正态分布空间的截去作用与对失效概率积分体 p_f 的截去作用不相等(前者小于后者),使得验证荷载对于 p_f 的补偿效应和截去效应也不相等(前者小于后者),从而使得失效概率 p_f 有所减小.

现假设在图 2 所示标准正态随机空间,经验证荷载 K 的截去作用后,整个二维标准正态空间的剩余体积比率为 $a=1-\Phi(K)$,失效积分体 p_f 的剩余体积比率为 b ,令 $\frac{a}{b}=n$,由上面的分析可知,此时补偿效应比例为 $\frac{1}{a}$,则经验证荷载后,失效概率 $p_f^* = b \cdot p_f \cdot \frac{1}{a} = \frac{p_f}{n}$,即经验证荷载后,失效概率 p_f^* 减小为验证前失效概率 p_f 的 $\frac{1}{n}$,而变量 n 正是一个可以在不同先验失效概率 p_f 下统一衡量验证荷载效应的量纲为 1 的量.

验证荷载理应使得结构的失效概率 p_f 产生减小的效应,但计算表明,这种效应的大小又随着极限状态方程斜率 (σ_s/σ_R) 及结构的先验可靠指标的不同而有所不同. 由图 2 可知,经验证荷载后,结构的失效概率:

$$p_f^* = \frac{1}{1-\Phi(K)} \int_K^{+\infty} \int_{-\infty}^{\frac{y \cdot \cos \alpha + \beta}{\sin \alpha}} \varphi(x) \varphi(y) dx dy \quad (6)$$

$$n = p_f / p_f^* = \frac{[1-\Phi(K)] \cdot \Phi(-\beta)}{\int_K^{+\infty} \int_{-\infty}^{\frac{y \cdot \cos \alpha + \beta}{\sin \alpha}} \varphi(x) \varphi(y) dx dy} \quad (7)$$

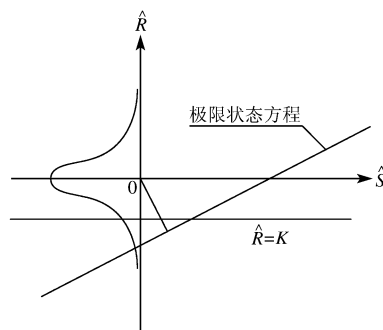


图 2 验证荷载在标准正态空间内的映像

Fig. 2 The reflection of proof load in the space of standard normal distribution

式中: $\varphi(\cdot)$ 为标准正态分布的概率密度函数。

根据(7)式,在极限状态方程已知,即 β 和 α 确定的情况下,经数值计算,可得到不同验证荷载水平 K 所对应的 n 值。

β 分别为 2.0, 3.5 和 5.0, 极限状态方程倾角 α 分别为 20° , 50° 和 80° 时,随着验证荷载水平 K 的增加, n 的变化情况见图 3(a) ~ (c), 图 3(d) 为极限状态方程倾角 α 为 50° , β 分别为 2.0, 3.5 和 5.0 时 n 随 K 的变化情况。可见,只要极限状态方程斜率 σ_s/σ_R 不是无穷大,随着验证荷载水平的增大,验证荷载效应 n 逐渐增大,且不收敛;随着极限状态方程斜率 σ_s/σ_R 的增加,验证荷载法的效应逐渐减弱, n 增加的速率逐渐变缓,斜率 σ_s/σ_R 为无穷大时, $\sigma_R=0$, 即结构的抗力 R 为定值,不管 K 为何值, n 恒为 1, 验证荷载法无效。这是由于随着极限状态方程斜率的增加,验证荷载 K 所截去的二维标准正态随机空间的体积中,失效概率积分体所占的比率越来越小,验证荷载对于整个二维标准正态分布空间的截去作用与对失效概率积分体 p_f 的截去作用越来越接近。因此,验证荷载效应也越来越小。当 $\alpha=90^\circ$ 时,验证荷载对于整个二维标准正态分布空间的截去作用与对失效概率积分体 p_f 的截去作用恒相等。因此,验证荷载法无效。

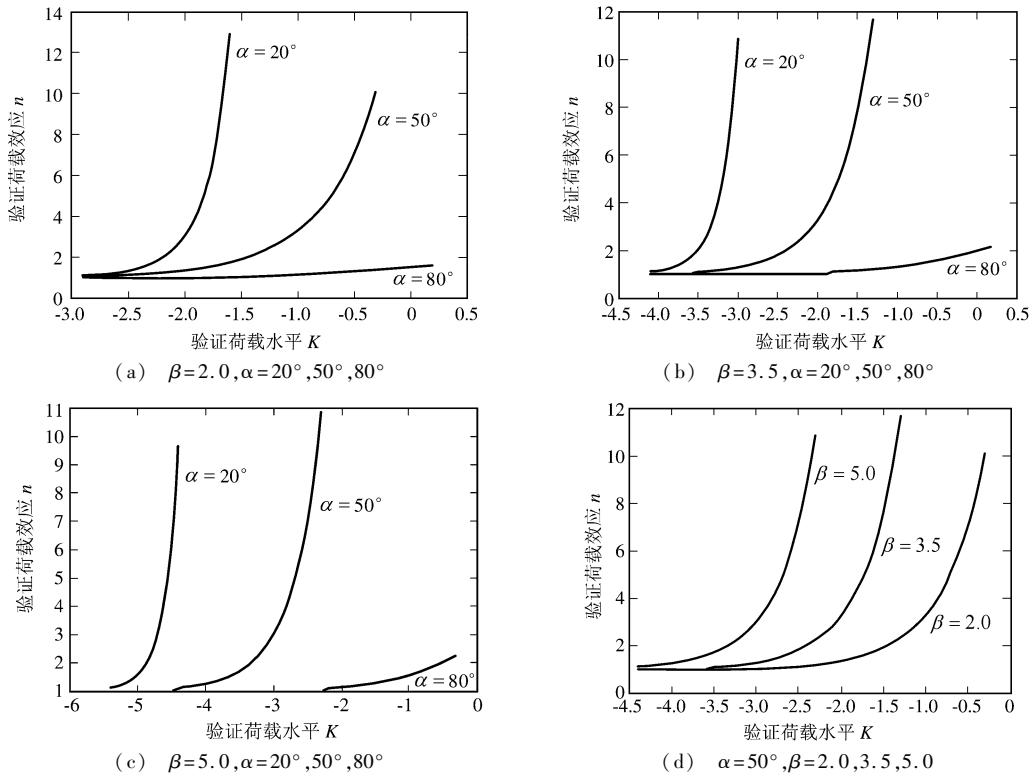


图 3 K - n 曲线

Fig. 3 The curves of K - n

由图 3(d) 可见,一般情况下,验证荷载能够对结构失效概率 p_f 的减小起较明显作用(这里取 $n>2$) 的值约为 $K=-\beta\cos\alpha$, 即在设计验算点所对应的验证荷载水平左右。这是由于设计验算点附近是结构失效概率积分体体积最集中的区域,验证荷载只有接近这个区域,才能对 p_f 产生有效的截去作用;同一斜率下,不同可靠指标水平下,验证荷载效应 n 进入有效增长区域后,随着 K 的增加, n 的增长速率基本相同,即进入有效增长区域后, n 的增长速率主要取决于极限状态方程斜率的大小,而对可靠指标 β 的变化并不敏感。

虽然只要极限状态方程斜率 σ_s/σ_R 不是无穷大, n 的值就不收敛,但实际的验证荷载试验,总有一定的风险可接受水平,且过大的验证荷载对结构的性能会造成一定的损伤。因此,验证荷载水平 K 的取值受到很大的限制,应根据验证让荷载效应的变化规律结合风险的可接受水平合理选择验证荷载值。

上述分析表明:

(1) 当结构抗力的方差 σ_R 远小于荷载效应的方差 σ_S 时,即极限状态方程斜率较大时,不宜考虑验证荷载的作用;

(2) 一般情况下,当 σ_R 和 σ_S 相当时,可将 $K = -\beta \cos \alpha$ 作为验证荷载能够对结构可靠度产生较明显影响的下限,当 σ_S / σ_R 变大时可将验证荷载水平在 $-\beta \cos \alpha$ 基础上适当调高,反之,可在 $-\beta \cos \alpha$ 基础上适当调低;

(3) 在同等条件下,先验可靠指标越大的结构,采用验证荷载法的效果越明显,得到相同的 n 值所需的验证荷载水平 K 越低;

(4) 对于先验可靠指标很小的结构,不宜采用验证荷载法. 因为此时要达到对失效概率积分体有效的截去所需的验证荷载水平 K 已经很高,验证荷载试验的风险水平往往已不能接受,而且随着 K 的提高,“补偿效应”已非常明显,验证荷载对 p_f 的减小作用也就非常有限了.

4 结 语

验证荷载法在实际工程中主要应用于既有结构的可靠性评估,因为显然我们无法对一个虚拟的未建成的结构施加验证荷载. 而对于业已建成的既有结构,许多在设计阶段由于各种不确定因素的影响而按随机变量处理的变量会改变其不确定的程度,甚至变为客观上确定的量,但在实际工程中,其不确定性的改变程度或其确定的数值,往往又充满了未知性^[8]. 可见,对于既有结构,验证荷载法所消除的主要是结构抗力的未确知性. 因此,在既有结构的可靠性评估中,如果已经对结构抗力进行了较为精确的统计推断^[9,10]或测试,使得抗力的这种不确知性已经明显减小,相应的方差亦显著减小,导致抗力的方差明显小于荷载效应的方差,则由以上的分析结果可知,此时若再考虑验证荷载的作用,对结构的可靠度评估结果的影响就相当有限了. 也就是说,验证荷载法和统计推断或测试的方法都是收集既有结构未确知信息的方法,是解决同一问题的两种不同手段,因此,同时使用时,其效应必然是相互制约的.

参 考 文 献:

- [1] 姚继涛, 卢 梅. 验证荷载试验前后的结构可靠度及其分析[J]. 西安建筑科技大学学报, 1995, 27(3): 349-354. (YAO Ji-tao, LU Mei. Research and analysis on structural reliability before and after proof-load tests[J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology, 1995, 27(3): 349-354. (in Chinese))
- [2] Fujino Y, Lind N C. Proof-load factors and reliability[J]. Journal of Structural Engineering, 1977, 103(4): 853-870.
- [3] 吴世伟. 结构可靠度分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1990: 140-146. (WU Shi-wei. Analysis of Structural Reliability [M]. Beijing: China Communications Press, 1990: 140-146. (in Chinese))
- [4] 张俊芝. 验证荷载对服役结构抗力的影响分析[J]. 南昌大学学报(理科版), 2001, 25(2): 187-191. (ZHANG Jun-zhi. An effect on the resistance of existing structures for proof loads[J]. Journal of Nanchang University (Natural Science), 2001, 25(2): 187-191. (in Chinese))
- [5] 杨春侠, 杨伟军, 张建仁. 基于验证荷载法的桥梁荷载试验失效风险分析[J]. 长沙交通学院学报, 2004, 20(2): 25-29. (YANG Chun-xia, YANG Wei-jun, ZHANG Jian-ren. An analysis of failure risk of the bridge load test based on proof load method[J]. Journal of Changsha Communications University, 2004, 20(2): 25-29. (in Chinese))
- [6] 贡金鑫, 魏巍巍. 工程结构可靠性设计原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007: 76-81. (GONG Jin-xin, WEI Wei-wei. The Design Principle of Structural Reliability[M]. Beijing: China Machine Press, 2007: 76-81. (in Chinese))
- [7] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000: 21-22. (ZHAO Guo-fan, JIN Wei-liang, GONG Jin-xin. The Theory of Structural Reliability[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2000: 21-22. (in Chinese))
- [8] 陈海斌, 姚继涛. 现有结构的可靠性分析一些问题的探讨[C]//中国土木工程学会混凝土及预应力混凝土分会. 第十三届全国混凝土及预应力混凝土学术会议论文. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 477-480. (CHEN Hai-bin, YAO

- Ji-tao. A discussion of some problems in analyzing the reliability of existing structures [C] // The Branch of China Civil Engineering Society on Concrete and Prestressed Concrete. The Proc. of the Thirteenth Countrywide Academic Conference on Concrete and Prestressed Concrete, Beijing: China Architecture & Building Press, 2005: 477-480. (in Chinese))
- [9] 姚继涛. 现有结构材料强度的统计推断[J]. 西安建筑科技大学学报, 2003, 35(4): 307-311. (YAO Ji-tao. Statistical inference of material strength of existing structures[J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology, 2003, 35(4): 307-311. (in Chinese))
- [10] 张俊芝, 苏小卒. 基于实测样本值和 Bayesian 方法的服役结构抗力随机时变模型[J]. 工业建筑, 2005, (3): 30-32. (ZHANG Jun-zhi, SU Xiao-zu. A model stochastic time-dependent resistance of existing RC structures based on the Bayesian method and measured sample value[J]. Industrial Construction, 2005, (3): 30-32. (in Chinese))

Analysis of the proof load method's validity in the evaluation of structure reliability

Li Hui-yuan

(School of Materials & Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: In this paper, the basic principle of the proof load method is introduced and the ultimate principle of distinguishing the validity of proof load method is discussed. Through the survey of proof load's validity in the space of standard normal distribution, the essential proof load method which can produce effects on structure reliability is analysed. Based on the results of numerical calculation and theoretical analysis, the factors that affect the validity of proof load and the rules of the validity's changing are discussed. Accordingly, the scope of application of the proof load method is obtained and the lower limit of a proof load that can have an effective influence on structures reliability in common states is also given. In the conclusion, the inherent contacts between the proof load method and other existing methods structure assessments are given, and the limitation of the proof load method is pointed out.

Key words: proof load; validity; structure reliability; resistance