

Hardin 土动模型的应用与讨论

田景元¹, 李国英²

(1. 中国水电顾问集团成都勘测设计研究院, 四川 成都 610072; 2. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029)

摘要: 分析了试验单位 N 用传统的和试验单位 S 用沈珠江概化 Hardin 模型整理出的坝料动参数的差别的原因, 这是由于试验单位 S 测试的动应变 γ_d 的范围相对较窄 ($5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$), 最大动剪模 G_{dmax} 非实测而是推求所得. 虽然概化模型不能精确反映动剪模 G_d 、阻尼比 λ 与动应变 γ_d 的本构关系, 但在试验单位 S 的 γ_d 测试范围 ($5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$) 仍能较好地反映动本构关系. 经理论和计算证明, 该段的本构关系对地震反应如加速度反应的计算结果起决定作用, 所以认为沈珠江概化 Hardin 土动模型仍是较为实用的.

关键词: 概化 Hardin 模型; 最大动剪模; 阻尼比; 加速度反应

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1009-640X(2009)01-0022-07

1 问题的提出

在进行土石坝的地震反应分析时, 筑坝材料的动本构模型主要有等价非线性 Hardin 模型^[1,2]和弹塑性模型^[3], 而目前最为广泛应用的还是 Hardin 模型. Hardin 模型的主要内容包括两点, 一是最大动剪模量 G_{dmax} 与平均有效主应力 σ'_0 的关系, 二是动剪模量比 G/G_{dmax} (以 R 表示) 与动剪应变幅 γ_d 的关系以及阻尼比 λ 与 γ_d 的关系. G_{dmax} 与 σ'_0 的关系表示为

$$G_{dmax} = kP_a \left(\frac{\sigma'_0}{P_a} \right)^n \quad (1)$$

式中: P_a 为大气压力; G_{dmax} , σ'_0 , P_a 采用同一量纲; 动剪模系数 k 与指数 n 由试验确定.

动剪模量比 R 或阻尼比 λ 与 γ_d 的关系, 表示方式有两种, 一是用离散数据表示, 试验给出在不同固结应力比 $Kc (= \sigma'_1/\sigma'_3)$ 、不同围压 σ'_3 、不同 γ_d 对应的 R 或 λ 值, 计算时根据土体单元的 Kc 、 σ'_3 和 γ_d 进行插值求得 R 值, 对应模型为传统的 Hardin 模型. 二是直接用函数表示 R 与 Kc 、 σ'_3 和 γ_d 关系, 如沈珠江的概化 Hardin 土动模型^[4],

$$R = \frac{G_d}{G_{dmax}} = \frac{1}{1 + k_1 \bar{\gamma}_d} \quad (2)$$

$$\lambda = \lambda_{max} \frac{k_1 \bar{\gamma}_d}{1 + k_1 \bar{\gamma}_d} \quad (3)$$

(2)、(3)式中

$$\bar{\gamma}_d = \gamma_d / \left(\frac{\sigma'_0}{P_a} \right)^{1-n} \quad (4)$$

然而, 传统的和概化的 Hardin 模型整理出的试验参数常常差别很大. 如我国拟建的一 300 m 级的心墙堆石坝, 试验单位 N 与 S 都对其筑坝材料进行了动力试验 (见表 1~3), 可见, 两试验单位做出的参数差别较大, 特别是表达 G_{dmax} 的 k 、 n 值, 主要材料的动参数比较见表 4.

收稿日期: 2008-05-10

作者简介: 田景元 (1972-), 男, 四川安岳人, 高级工程师, 博士, 主要从事土石坝抗震设计研究. E-mail: tjy77@sina.com

表 1 试验单位 N 做出的动剪模量系数 k 与指数 n

Tab. 1 Dynamic parameter k and n by laboratory N

坝料	K_c	干密度	相对密度	k	n
		$/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$D_r / (\%)$		
主堆石料	2.0	2.07	0.90	4 665	0.420
	1.5			4 426	0.422
过渡料	2.0	2.10	0.90	4 722	0.423
坝基砂砾料	2.0	2.15	0.90	4 718	0.439
坝基砂	2.0	1.52	0.92	754	0.632
	1.5			718	0.633
反滤 I	2.0	2.05	0.96	1 117	0.578
	1.5			1 065	0.585
心墙掺砾土	2.0	2.13	0.99	1 609	0.525
	1.5			1 533	0.529

表 2 试验单位 N 做出的主堆石料应变效应数值化结果 ($kc=2$)

Tab. 2 Main rockfill's discrete data reflecting the dynamic strain effect by laboratory N ($kc=2$)

$\sigma_3'=500/\text{kPa}$			$\sigma_3'=1\,500/\text{kPa}$			$\sigma_3'=3\,000/\text{kPa}$		
γ_d	$G_d/G_{d\max}/(\%)$	$\lambda/(\%)$	γ_d	$G_d/G_{d\max}/(\%)$	$\lambda/(\%)$	γ_d	$G_d/G_{d\max}/(\%)$	$\lambda/(\%)$
4.25E-06	100.00	2.50	9.20E-06	100.00	2.16	3.75E-06	100.00	1.82
7.56E-06	98.98	2.56	1.90E-05	96.17	2.35	1.10E-05	98.78	1.99
9.52E-06	97.86	2.57	2.32E-05	93.10	2.24	2.23E-05	95.50	1.95
1.49E-05	91.99	2.69	3.39E-05	86.85	2.58	3.24E-05	89.72	2.53
1.63E-05	90.13	2.79	7.35E-05	70.18	3.12	6.29E-05	76.82	2.21
2.60E-05	83.37	2.94	1.17E-04	59.48	3.63	1.43E-04	56.72	2.81
3.55E-05	76.79	3.34	2.03E-04	46.67	4.41	2.17E-04	50.31	3.08
6.04E-05	64.17	3.91	2.96E-04	39.49	5.25	3.64E-04	43.51	4.37
9.10E-05	53.31	4.85	5.56E-04	32.36	7.01	4.96E-04	40.09	4.86
2.03E-04	38.70	6.18	7.64E-04	29.04	7.87	9.06E-04	34.44	5.46
3.88E-04	31.63	9.15	1.25E-03	25.73	7.97	1.44E-03	30.44	7.55
5.95E-04	26.75	10.91	1.98E-03	23.19	10.87	1.47E-03	30.21	7.56
8.50E-04	24.45	12.16				2.51E-03	26.24	9.36
1.58E-03	19.75	13.73						
2.32E-03	17.69	14.36						
2.87E-03	18.06	14.98						

表 3 试验单位 S 做出的参数

Tab. 3 Dynamic parameters by laboratory S

试样	k_c	n	k	k_1	$\lambda_{\max}$
过渡料	1.0	0.305	2 019	2 590	0.21
下游堆石料	2.0	0.255	2 372	2 210	0.22
坝基第③层	2.0	0.344	2 100	2 280	0.19
反滤 I	2.0	0.449	1 748	2 350	0.22
坝基砂层	1.5	0.307	980	1 670	0.29
	1.5	0.801	480	1 500	0.31
心墙掺砾土	1.5	0.380	685.75	1 720	0.28

试验单位 N 的堆石料试验是采用振动三轴试验与大三轴试件微小应变激光测试系统相结合的方法进行,振动三轴试验是在 100 t 大型动静三轴试验机上进行的,试样直径 300 mm,高 750 mm. 试验单位 N 的心

墙料试验在 DTC-158 型共振柱仪上进行. 试验单位 S 的试验在单位自行研制的 1 500 kN 大型动静三轴仪上进行, 最大围压为 4.0 MPa, 堆石料试样直径 300 mm, 高 750 mm.

表 4 试验单位 N 和 S 做出的动参数比较

Tab. 4 Comparison between dynamic parameters by laboratories N and S

材 料	试验单位	k	n
堆 石	N	4 665	0.42
	S	2 372	0.255
心墙掺砾土	N	1 609	0.525
	S	685.75	0.38

传统的 Hardin 模型基本能反应土的动本构关系, 已被广泛应用. 是概化 Hardin 模型本身的原因还是试验误差等其它原因造成上述试验数据的差别值得探究, 从而评价概化模型的合理性和实用性.

2 动力试验参数差别的原因

在分析动力试验参数差别的原因前, 回顾沈珠江概化 Hardin 模型的推导过程. 其动弹性模量 E_d 表示为

$$E_d = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_d} \quad (5)$$

式中: σ_d 为动应力; ε_d 为动轴应变. 动模量的倒数 $1/E_d$ 与动轴应变 ε_d 之间的关系可近似采用直线拟合, 即

$$1/E_d = a + b\varepsilon_d \quad (6)$$

式中: a, b 分别为拟合直线的截距和斜率. 当 $\varepsilon_d = 0$ 时, $1/a$ 即代表最大的动模量 E_{dmax} .

E_{dmax} 和 σ_0 有如下关系:

$$E_{dmax} = k' P_a \left(\frac{\sigma_0}{P_a} \right)^{n'} \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式可得,

$$\frac{E_d}{E_{dmax}} = \frac{1}{1 + k'_1 \bar{\varepsilon}_d} \quad (8)$$

式中: $k'_1 = k'b\sigma_0$; $\bar{\varepsilon}_d = \varepsilon_d / \left(\frac{\sigma_0}{P_a} \right)^{1-n}$. 对于凝聚力 $c \approx 0$ 的粗粒料, b 与 σ_0 成反比, 或者说当 k' 为常数时, k'_1 也

应为常数. $\bar{\varepsilon}_d$ 称为归一化的动应变. 令 $E_d/E_{dmax} = 0.5$ 时动应变为 $(\bar{\varepsilon}_d)_{0.5}$, 则由(8)式可得

$$k'_1 = \frac{1}{(\bar{\varepsilon}_d)_{0.5}} \quad (9)$$

动力分析中所用的模量一般为剪切模量. 动剪切模量和动模量之间有如下关系:

$$G_d = \frac{E_d}{2(1 + \mu_d)} \quad (10)$$

而动剪应变 γ_d 和动应变 ε_d 之间有如下关系:

$$\gamma_d = (1 + \mu_d) \varepsilon_d \quad (11)$$

(10) 和式(11)式中的 μ_d 为动泊松比.

Hardin 假定滞回圈为双曲线, 相应的动剪切模量为

$$G_d = \frac{k}{1 + k_1 \bar{\gamma}_d} P_a \left(\frac{\sigma_0}{P_a} \right)^n \quad (12)$$

式中: $\bar{\gamma}_d = \gamma_d / \left(\frac{\sigma_0}{P_a} \right)^{1-n}$, 由此可得 $k = \frac{k'_2}{2(1 + \mu_d)}$, $k_1 = \frac{k'_1}{1 + \mu_d}$.

沈珠江模型阻尼比 λ 采用(3)式,按实测的阻尼比与动应变关系拟合试料的最大阻尼比 $\lambda_{\max}$.

试验单位 S 运用概化沈珠江模型求 $E_{d\max}$ 时,在图 1 中 $\varepsilon_d \sim 1/E_d$ 关系曲线被近似为直线后的截距即为 $1/E_{d\max}$.但从图可见,在 ε_d 接近为 0 时的曲线用直线拟合较为勉强,按离散点行走趋势,曲线与纵坐标轴的交点应位于直线截距点的下方,于是 $1/E_{d\max}$ 偏大, $E_{d\max}$ 则偏小.

试验单位 N 的 $G_{d\max}$ 为试验近似实测值(在动应变 $\gamma_d \approx 10^{-6}$ 时的值),而试验单位 S 的为试验推测值,因为其 γ_d 测试范围约是 $5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$,本例堆石的 γ_d 测试范围为 $3 \times 10^{-4} \sim 2.5 \times 10^{-3}$.

综上所述,由于试验单位 S 的动应变 γ_d 测试范围相对较窄,在沈珠江模型的“动模量的倒数 $1/E_d$ 与动轴应变 ε_d 之间的关系可近似采用直线拟合”的假设条件下,导致推测的 $E_{d\max}$ 偏小,是两家试验参数 $G_{d\max}$ 差别较大的主要原因.

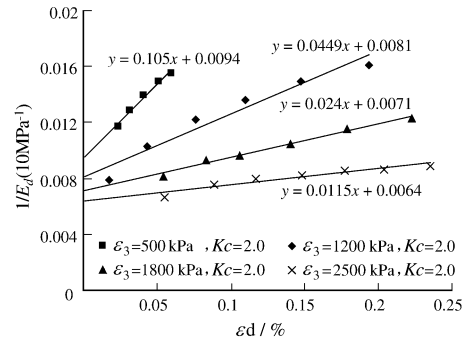


图 1 试验单位 S 所作 $\varepsilon_d \sim 1/E_d$ 关系曲线

Fig. 1 $\varepsilon_d \sim 1/E_d$ curves by laboratory S

3 参数差别的详细比较

参数的详细比较应包括不同动剪应变 γ_d 下的动剪模量 G 和阻尼比 λ 的差别,而不仅限于 $G_{d\max}$ 的比较.

图 2~4 对参数进行了详细比较(注:所有图中 σ_3 的单位为 kPa).图 2~4 中的试验单位 S 的数据 $G/G_{d\max}$ 、 λ 、 G 分别为按公式(2)、(3)、(12)结合表 3 试验参数的计算值,而非原始试验数据,在小于其 γ_d 测试范围下限(如 5×10^{-5})为按相应公式计算的推测值.试验单位 N 的数据为试验原始数据.

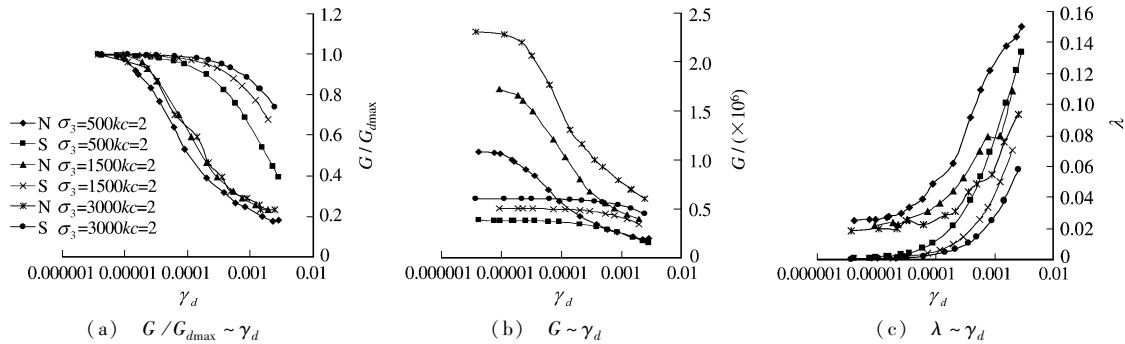


图 2 堆石料的各参数曲线

Fig. 2 Curves of the rockfill

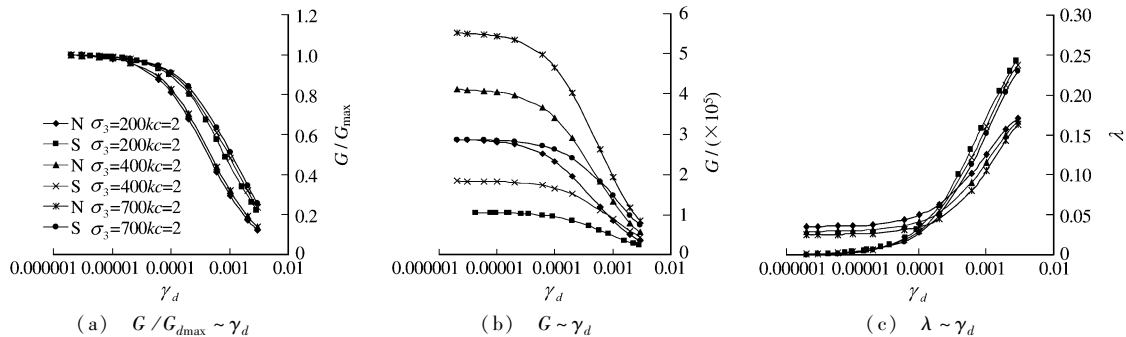


图 3 心墙料的各参数曲线

Fig. 3 Curves of the core material

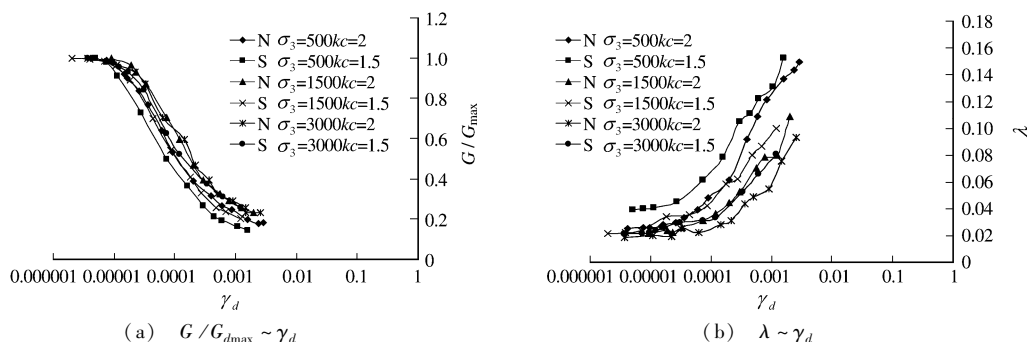


图 4 试验单位 N 所做不同 K_c 下堆石的参数曲线
Fig. 4 Rockfill's curves of different K_c by Laboratory N

两试验单位的堆石 G/G_{dmax} 与 γ_d 关系曲线偏离明显(图 2(a)), 试验单位 N 的堆石 G 普遍大于试验单位 S 的, 而在 $\gamma_d = 10^{-3}$ 附近结果相当接近(图 2(b)). 试验单位 N 的堆石 λ 普遍大于试验单位 S 的(图 2(c)).

两试验单位的心墙料 R (动剪模量比 G/G_{dmax}) 与 γ 关系较为接近(图 3(a)). 试验单位 N 的心墙料 G 普遍大于试验单位 S 的, 而在 $\gamma_d = 10^{-3}$ 附近两家的结果较为接近(图 3(b)). 当 $\gamma_d < 5 \times 10^{-4}$ 时, 试验单位 N 的心墙料 λ 大于试验单位 S 的; 当 $\gamma_d > 5 \times 10^{-4}$ 时, 则试验单位 S 的结果较大(图 3(c)).

对于沈珠江模型中反映的 R 和 λ 与静有效围压的关系, 由(4)式可见, 围压越大, $\bar{\gamma}_d$ 越小, 再由(2)、(3)式可知, $\bar{\gamma}_d$ 越小, R 越大, λ 越小. 这一规律由试验单位 N 的试验得到验证(见图 2(c)). 即当 σ_3 一定时, K_c 越大, 则 σ'_0 越大(因为 $\sigma'_0 = \sigma_3/2 + K_c \times \sigma_3/2$), $K_c = 2.0$ 的 R 曲线总在 $K_c = 1.5$ 的上方, λ 曲线总在 $K_c = 1.5$ 的下方.

对于沈珠江模型公式(3), 在 $\bar{\gamma}_d < 1 \times 10^{-5}$ 时, 计算的 λ 过小, 如 $\lambda_{max} = 0.25$, $k_1 = 2\,000$, $\bar{\gamma}_d = 1 \times 10^{-5}$, 则 $\lambda \approx 0.005$, 远小于拱坝计算时取的砼常阻尼比(0.02), 不太合理. 又如在 $\bar{\gamma}_d = 1 \times 10^{-5}$ 时, 取 $\sigma_3 = 1\,500$ kPa, $K_c = 2$, $n = 0.4$, 则 $\gamma_d \approx 6 \times 10^{-5}$, 从图 4(b) 可见, 对应 $\lambda = 0.035$, 可见沈珠江模型的 λ 值在微应变时比试验值要小得多. 相对堆石料, 两家试验单位心墙料的成果比较接近. 这是因为心墙料比堆石料颗粒细, 组成较均匀, 试验结果的变异性较小.

4 参数差别对计算结果的影响

动力计算时常计算加速度反应, 坝料的动模量越大、阻尼比越小, 反应就越强烈. 某 300 m 级大坝的主要坝料堆石料和心墙料的动力成果及其差别已如前所列. 试验单位 N 所做坝料的动模量大于试验单位 S 的, 堆石料的阻尼比较大, 心墙料的阻尼比在 $\gamma_d > 5 \times 10^{-4}$ 时比试验单位 S 的小, 这些因素不完全使得用单位 N 的参数计算出的反应比单位 S 的大. 实际计算结果如下.

计算时, 采用跨大步法, 即假设某时段(一个大步)内的动模量和阻尼比为定值^[5], 取对应等价剪应变 γ_{eq} 的动模量和阻尼比.

$$\gamma_{eq} = 0.65 \text{Max}(\gamma_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

式中: n 为大步内包含的小步数目. 本计算取一个大步跨越时间为 1 s.

输入的地震动见图 5, 水平峰值加速度为 205 gal. 试验单位 S 的心墙料参数采用第一次试验

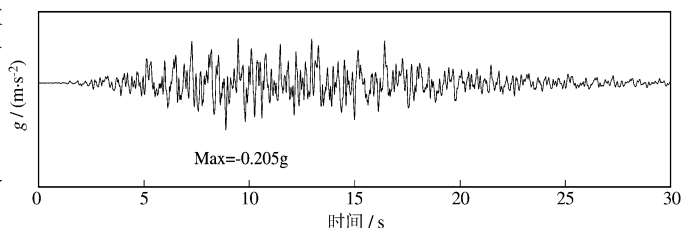


图 5 输入的水平向地震动
Fig. 5 Input horizontal acceleration

的数据. 其它材料如过渡料和坝基覆盖层的参数在此不一一列出, 总的趋势是试验单位 N 所做坝料的动模量大于试验单位 S 的.

计算结果(图 6)表明, 采用试验单位 S 的参数计算出的水平加速度放大倍数 α_i 在坝顶为 1.73, 而采用试验单位 N 的参数计算出的坝顶 $\alpha_i = 1.99$, 在坝体的其它各部位 α_i 反应值也比采用单位 S 的参数计算出的值大. 采用单位 S 的参数计算时, 若对计算程序作“当 γ_{eq} 较小时阻尼比 $\lambda < 0.01$ 时, 令 $\lambda = 0.01$; 或且当 $\gamma_{eq} < 10^{-5}$ 时, 动模量在 γ_{eq} 对应的值上乘以 2.0”的修改, α_i 反应值与程序未作修改时的 α_i 几乎相等, 这充分说明采用 Hardin 模型和跨大步法作动力计算时, 在本例的强度和持时的地震动输入情况下, 在微应变如 $\gamma_{eq} < 10^{-5}$ 时的动模量和阻尼比的试验值差异对计算结果影响甚微.

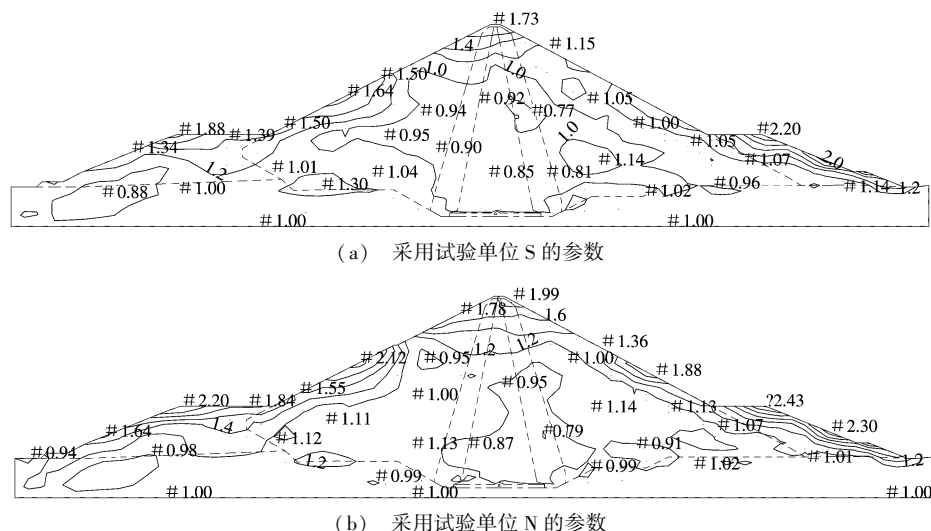


图 6 采用不同试验单位计算的水平加速度反应

Fig. 6 The horizontal acceleration magnifying coefficient α_i on the parameters of laboratories S and N

采用试验单位 S 的参数计算时, γ_{eq} 反应最大值为 1.8×10^{-3} , 而用试验单位 N 的参数时为 1.63×10^{-3} , 可见试验的测试上限基本满足计算需要. 当 γ_{eq} 反应值在 10^{-3} 左右时, λ 较大, 对加速度反应增大的趋势有很好的约束作用, 而且此时 λ 的值基本上决定了 α_i .

5 对沈珠江概化 Hardin 模型的评价

沈珠江模型的表达式不能很好地模拟动本构 $G/G_{dmax} \sim \gamma_d$ 和 $\lambda \sim \gamma_d$ 的关系, 但也能反映该关系受 σ_3 的影响. 若试验没有测试动应变 $\gamma_d < 5 \times 10^{-5}$ 的动模量, 则由沈珠江模型整理出的 G_{dmax} 一般偏小, 但这并不对计算的反应值产生较大影响. 因为决定反应值如 α_i 的主要是 γ_d 在 $5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$ 的动本构关系, 而在这一范围内传统的和沈珠江概化的 Hardin 模型表达的动本构曲线是接近的.

沈珠江模型表达式简单, 计算时输入的参数较少, 方便实用. 而用离散点表示的传统 Hardin 模型的动本构涉及如当 σ_3 为自变量时试验数据的外插问题, 人为因素较大且工作十分繁琐.

致谢: 中国水利水电科学研究院刘小生和常压屏教授、大连理工大学邹德高博士、河海大学朱晟博士参与了讨论并给予帮助, 在此一并感谢.

参 考 文 献:

- [1] Hardin B O, Denevich V P. Shear moduls and damping in soil: measurements and parameter effects[J]. **ASCE**, 1972, 98 (SM6): 603–624.
- [2] Hardin B O, Denevich V P. Shear moduls and damping in soil: design equations and curves [J]. **ASCE**, 1972, 98 (SM7): 667–692.
- [3] 赵剑明, 汪闻韶, 常亚屏, 等. 高面板坝三维真非线性地震反应分析方法及模型试验验证[J]. 水利学报, 2003, (9): 12–18. (ZHAO Jian-ming, WANG Wen-shao, CHANG Ya-ping, *et al.* 3-D authentic nonlinear method for dynamic analysis of high CFRD[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2003, (9): 12–18. (in Chinese))
- [4] 沈珠江, 徐 刚. 堆石料的动力变形特性[J]. 水利水运科学研究, 1996, (2): 143–150. (SHEN Zhu-jiang, XU Gang. Deformation behavior of rock materials under cyclic loading[J]. **Hydro-Science and Engineering**, 1996, (2): 143–150. (in Chinese))
- [5] Idriss I M, Lysmer J, Huang R, *et al.* A computer program for evaluating the seismic response of soil structures by variable damping finite element procedures[R]. Berkeley: College of Engineering Univ of California, 1973.

Discussion on SZJ's simplified Hardin soil dynamic constitutive relation

TIAN Jing-yuan¹, LI Guo-ying²

(1. *Chengdu Hydroelectric Investigation and Design Institute, CHECC, Chengdu 610072, China*; 2. *Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China*)

Abstract: The reasons causing the difference are analyzed between the experimental data given by laboratory N with traditional Hardin Model and by laboratory S with Simplified SZJ's Hardin Model (Hardin Soil Dynamic Constitutive Relation), and it is pointed out the main reason is that the dynamic strain's measuring scope of laboratory S is relatively narrow, ranging from $5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$ or so, and the maximum dynamic modulus G_{dmax} is conjectured, not measured. Although the simplified model can not accurately reflect relations of $G_d \sim \gamma_d$ and $\lambda \sim \gamma_d$ where G_d is dynamic modulus and λ is damping ratio, the relations in γ_d measured scope by laboratory S are fairly reflected. Proved by reasoning and computation, the relations of $G_d \sim \gamma_d$ and $\lambda \sim \gamma_d$ in γ_d measured scope $5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-3}$ can determine decisively the responding acceleration, so SZJ's Simplified Hardin Soil Dynamic Constitutive Relation is still practicable.

Key words: simplified Hardin model; maximum dynamic modulus; damping ratio; responding acceleration