桥渡对河道水流影响的二维无结构网格模型

耿艳芬[1]，王志力[2]

（1. 东南大学 交通学院，江苏 南京 210096；2. 南京水利科学研究院 水文水资源与水利工程科学国家重点实验室，江苏 南京 210029）

摘要：采用有限体积法建立平面二维水流运动的无结构网格数学模型，模型采用 Roe 格式的近似 Riemann 解计算界面通量和特征分解法处理底坡源项. 通过无结构网格对桥墩形状进行精细拟合克服了局部糙率修正、局部地形修正等方法的困难，为研究桥墩、桥形等对水位、局部流速等建桥前后的变化提供了新的计算模式. 最后，应用模型对河段上的圆形墩和圆端矩形墩壅水进行了模拟，结果表明模型能够较好的模拟建桥前后桥墩附近的水流变化.

关 键 词：桥墩；壅水；无结构网格；数学模型

中图分类号：TV133 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-640X(2008)04-0078-06

Two-dimensional unstructured finite volume model for bridge pier flow

GENG Yan-fen[1]，WANAG Zhi-li[2]

（1. *Transportation College*，*Southeast University*，*Nanjing* 210096，*China*；2. *State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering*，*Nanjing Hydraulic Research Institute*，*Nanjing* 210029，*China*）

Abstract：Based on unstructured finite volume method，a two-dimensional numerical model is presented with Roe type approximate Riemann solver used for flux and the characteristic decompose method is used for the bed slop source terms. The unstructured grids, which can finely describe the bridge piers，overcome the shortcoming of the local roughness refining method and the local topography changing method. The model is applied to calculate practical flow field around bridges. The results，including water level，velocity distribution，discharge ratio between branches and choked flow field，are satisfactory. This mathematical model can be used as a matching tool to the physical model testing in studying bridge pier choked flows.

Key words：bridge pier；choked flow；unstructured grid；numerical model

随着交通和经济的发展，河道和近海修建的桥梁越来越多，置于水中的桥墩起阻水作用，尤其是对于基础较大或较密的桥墩，将使桥墩附近河段水流结构发生变化，在桥墩迎水面的墩前、桥墩上游若干范围以及桥墩的两侧形成不同程度的壅水. 水流结构的改变会影响该河段的河势，壅水会影响堤岸的防洪安全. 因此，

收稿日期：2008-02-20

基金项目：水文水资源与水利工程科学国家重点实验室开放基金项目(2007490411)

作者简介：耿艳芬(1978-)，女，河南孟州人，讲师，博士，主要从事计算水力学的研究. E-mail：geng_y_f@yahoo.com.cn

研究桥墩壅水及其对河道水流的影响对防灾减灾、航运和建桥决策等很有意义. 过去主要是通过经验公式或物理模型试验来分析建桥对防洪、航运和河势的影响[1-4]. 经验公式计算简便快捷,但通常只能计算断面平均值[1,3]. 物理模型虽然比较直观,但由于桥墩相对与河道范围较小,采用缩尺物理模型进行模拟时,其壅水高度只有几毫米,因而存在观测精度的问题[4]. 且物理模型的费用较高,用时较长.

随着数值计算技术和方法的发展,采用数学模型计算建桥前后水面及流场的变化得到较多的应用,如陈绪坚等[5]通过在二维浅水方程中引入局部水头损失模拟了芜湖长江大桥桥墩的壅水;张细兵等[6]通过局部地形修正和局部糙率修正模拟了赣江上神岗山–井冈山大桥的壅水;彭凯[7]采用正交曲线网格模拟了桥墩附近流场和局部冲刷. 这些模型都成功模拟了桥墩的壅水,然而由于采用了结构化网格,不能准确刻画桥墩的形状和大小,通过引入经验的阻力系数来模拟桥墩的壅水作用,存在较多的经验成分,且较难反映桥墩形状对水流结构的影响. 本文通过建立非结构网格的二维模型,较为准确地刻画桥墩的形状,研究不同桥墩形状的壅水及对河道流场的影响.

1　数 学 模 型

1.1　控 制 方 程

二维浅水方程的守恒形式为

$$\boldsymbol{U}_t + \boldsymbol{E}(\boldsymbol{U})_x + \boldsymbol{H}(\boldsymbol{U})_y = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{U}) \tag{1}$$

式中:$(\boldsymbol{U})_t$,$(\boldsymbol{U})_x$,$(\boldsymbol{U})_y$ 分别为对时间,空间平面 x,y 方向的偏导数,其中 $\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{E}=\begin{bmatrix} hu \\ hu^2+\frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2+\frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}$,$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_{fx}+S_{0x}) \\ gh(S_{fy}+S_{0y}) \end{bmatrix}$,$h$ 为水深,u,v 分别为 x,y 方向的流速,g 为重力加速度,S_{0x},S_{0y},S_{fx},S_{fy} 分别为 x,y 方向的底坡源项和底摩擦源项,可以分别表示为,$S_{0x}=-\frac{\partial z_b}{\partial x}$,$S_{0y}=-\frac{\partial z_b}{\partial y}$,$S_{fx}=-\frac{n^2u\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}$,$S_{fy}=-\frac{n^2v\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}$,$z_b$ 为河底高程,n 为糙率.

1.2　数 值 离 散

采用有限体积方法,把变量存在单元的中心,单元的边界为控制体. 方程(1)可以写为,

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{F} = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{U}) \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{F}=(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H})$. 将方程(2)在单元 V_i 上积分

$$\iint_{V_i}\left(\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{F}\right)\mathrm{d}V = \int_{V_i}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{U})\mathrm{d}V \tag{3}$$

假设 $\boldsymbol{U}_i$ 为单元的平均值存储在单元的中心,即 $\boldsymbol{U}_i=\int_{V_i}\boldsymbol{U}\mathrm{d}V$,应用奥高公式把面积分转变为线积分,方程(3)可写为

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}_i}{\partial t}\Delta V_i + \oint_{\partial V_i}\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}s = \widehat{\boldsymbol{S}} \tag{4}$$

式中:ΔV_i 为单元 i 的面积;∂V_i 为单元的边界;$\boldsymbol{n}=(n_x,n_y)$ 为单元边的外法向方向;$\widehat{\boldsymbol{S}}$ 为源项单元积分值,通

过特征分解和迎风处理. 方程(4)中左边第 2 项可以描述为$\oint_{\partial V_i} \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}s = \sum_{j=1}^{E_i} \boldsymbol{F}_{ij} \Delta l_{ij}$,其中:$E_i$ 为单元边的个数;l_{ij}为单元 i 的第 j 条边;Δl_{ij}为 l_{ij}的长度;F_{ij}为通过第单元 i 的第 j 条边的数值通量,采用 Roe 格式的近似 Riemann 解求解.

1.3 通 量 计 算

应用 Roe 格式的近似 Riemann 解,通量 $\boldsymbol{F}_{ij}$可以写为

$$\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_L)_{ij}, (\boldsymbol{U}_R)_{ij}) = \frac{1}{2}[(\boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_R)_{ij}) + \boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_L)_{ij}) \cdot \boldsymbol{n} - |\widehat{\boldsymbol{A}}|((\boldsymbol{U}_R)_{ij} - (\boldsymbol{U}_L)_{ij})] \tag{5}$$

式中:$(\boldsymbol{U}_L)_{ij}, (\boldsymbol{U}_R)_{ij}$分别为边 l_{ij}的左右守恒型变量;$\widehat{\boldsymbol{A}}$ 为 Roe 平均的 Jocobian 矩阵,矩阵 $\widehat{\boldsymbol{A}}$ 的右特征向量$\boldsymbol{R} = \{\widehat{\boldsymbol{e}}^1, \widehat{\boldsymbol{e}}^2, \widehat{\boldsymbol{e}}^3\}$, $\widehat{\boldsymbol{e}}^{1,3} = [1, \widehat{u} \pm \widehat{c} n_x, \widehat{v} \pm \widehat{c} n_y]^{\mathrm{T}}$, $\widehat{e}^2 = [0, -\widehat{c} n_y, \widehat{c} n_x]^{\mathrm{T}}$; Roe 平均的 $\widehat{u}$, $\widehat{v}$, $\widehat{c}$ 分别为: $\widehat{u} = \dfrac{u_R \sqrt{h_R} + u_L \sqrt{h_L}}{\sqrt{h_R} + \sqrt{h_L}}$, $\widehat{v} = \dfrac{v_R \sqrt{h_R} + v_L \sqrt{h_L}}{\sqrt{h_R} + \sqrt{h_L}}$, $\widehat{c} = \sqrt{\dfrac{g(h_R + h_L)}{2}}$; 矩阵 $\widehat{\boldsymbol{A}}$ 的特征值 $\widehat{a}^1 = \widehat{u} n_x + \widehat{v} n_y + \widehat{c}$, $\widehat{a}^2 = \widehat{u} n_x + \widehat{v} n_y$, $\widehat{a}^2 = \widehat{u} n_x + \widehat{v} n_y$.

将 $\boldsymbol{U}_R - \boldsymbol{U}_L$ 沿右特征向量方向进行特征分解,

$$\boldsymbol{U}_R - \boldsymbol{U}_L = \sum_{k=1}^{3} \widehat{\alpha}^k \widehat{\boldsymbol{e}}^k \tag{6}$$

式中:

$$\widehat{\alpha}^{1,3} = \frac{\Delta h}{2} \pm \frac{1}{2\widehat{c}}[\Delta(hu) n_x + \Delta(hv) n_y - (\widehat{u} n_x + \widehat{v} n_y)\Delta h]$$

$$\widehat{\alpha}^2 = \frac{1}{\widehat{c}}\{[\Delta(hv) - \widehat{v}\Delta h] n_x - [\Delta(hu) - \widehat{u}\Delta h] n_y\}$$

将(6)式代入(5)式,界面通量可以写为

$$\boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_L)_{ij}, (\boldsymbol{U}_R)_{ij}) = \frac{1}{2}\left[(\boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_R)_{ij}) + \boldsymbol{F}((\boldsymbol{U}_L)_{ij})) \cdot \boldsymbol{n} - \left(\sum_{k=1}^{3} |\widehat{a}^k| \widehat{\alpha}^k \widehat{\boldsymbol{e}}^k\right)_{ij}\right] \tag{7}$$

1.4 源项的处理

地形变化较大情况下,源项对计算格式的精度、稳定性等起着重要作用. 将源项分为底坡引起的源项和底摩擦引起的源项. 为保证格式的和谐性对底坡源项采用特征分解[9],平衡界面通量.

底坡引起的源项

$$\boldsymbol{S}_0(\boldsymbol{U}, z_b) = \left[0, -gh\frac{\partial z_b}{\partial x}, -gh\frac{\partial z_b}{\partial y}\right]^{\mathrm{T}}$$

在单元 V_i 上积分,得

$$\widehat{\boldsymbol{S}}_0 = \int_{V_i} \boldsymbol{S}_0(\boldsymbol{U}, Z_b) \mathrm{d}V = \sum_{j=0}^{E_i} (\boldsymbol{S}_j^* \Delta l_{ij}) \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{S}^* = \{0, -\widehat{c}^2 \Delta z_b n_x, -\widehat{c}^2 \Delta z_b n_y\}^{\mathrm{T}}$,进行特征分解,$\boldsymbol{S}^* = \sum_{k=0}^{3} \beta^k \widehat{\boldsymbol{e}}^k$,可以得到,

$$\beta^{1,3} = \mp \frac{1}{2}\widehat{c}\Delta z_b, \quad \beta^2 = 0 \tag{9}$$

将特征分解代入(8)式,并进行迎风处理来平衡界面通量,得

$$\widehat{\mathrm{S}}_0^- = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{3} \left[\frac{1}{2}(1 - \mathrm{sign}(\widehat{a}^k))\beta^k \widehat{\boldsymbol{e}}^k \Delta l_{ij}\right]^j \tag{10}$$

式中:sign(·)为符号函数. 底摩擦对格式稳定影响较大,对其采用隐式或半隐式离散,可得到离散方程为,

$$\Delta \boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}^{n+1} - \boldsymbol{U}^n = [\boldsymbol{I} - \Delta t \theta \boldsymbol{Q}_f^n]^{-1}\left[-\frac{\Delta t}{\Delta V}\sum_{j=1}^{m}(F_{ij}\Delta l_{ij} + \widehat{\boldsymbol{S}}_0^{-j}) + \Delta t \boldsymbol{S}_f^n\right] \tag{11}$$

式中:Δt 为时间步长;$\theta \in (0,1)$;$\boldsymbol{Q}_f = \partial \boldsymbol{S}_f / \partial \boldsymbol{U}$;$\boldsymbol{S}_f$ 为底摩擦源项;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵.

2 模 型 验 证

为检验模型，选用文献[10,11]水槽试验对模型试验进行验证. 试验在玻璃水槽中进行，模型为正态模型，长度比尺为 40. 计算河段长 1 040 m、宽 B 为 200 m，中间有一长 160 m、宽 D 分别为 40、30 和 20 m 的矩形桥墩(见图 1)，相应的收缩比 $\varphi=(B-D)/B$ 分别为 0.8、0.85 和 0.9.

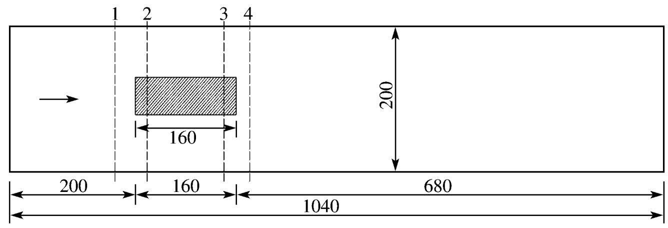


图 1　概化水槽试验图

Fig. 1　Sketch of flume experiment

计算区域采用 10 m×5 m 的矩形网格覆盖，上游流量为 5 000 m^3/s，下游水深为 14 m，糙率为 0.02，桥墩及边壁采用无滑移边界条件. 图 2 给出了上游断面壅水高度的计算值与实测值的比较，壅水高度 $\Delta h=h_h-h_q$，其中，h_h、h_q 分别为加入桥墩和没加桥墩上游水深. 从图 2 可见，同一流量下壅水高度与收缩比称反比，模型计算值与实测值吻合较好，说明模型可以进行桥墩阻水模拟.

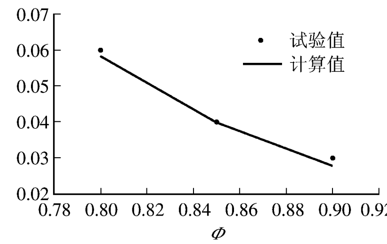


图 2　不同收缩比的壅水高度

Fig. 2　Damming heights with difference pier width

3 计 算 实 例

取河道拟建桥位上下约 2.5 km 的河段作为计算区域(见图 3). 该河段为一弯曲河段，其上游已建 5 个矩形墩的桥，拟在旧桥下游建三墩新桥. 对新建桥桥墩分别采用圆形墩和圆端矩形墩进行模拟，研究不同墩形的壅水和对流场的影响，桥墩形状见图 3.

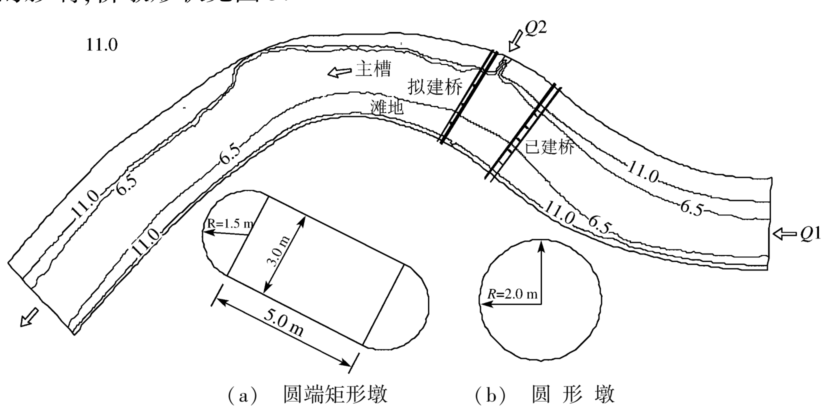


图 3　计算区域示意图

Fig. 3　The sketch map of numerical domain

为准确模拟桥墩形状，采用了三角形网格进行覆盖，整个区域采用网格数分别为 29 675 个(无桥墩)，29 643 个(圆形桥墩)和 29 185 个(圆端矩形墩)，网格边长为 1.2～25 m，图 4 给出了拟建桥墩附近的网格. 计算边界条件和参数分别为：流量 $Q1=3\ 700\ m^3/s$，$Q2=100\ m^3/s$；下游水位 12.98 m；糙率 0.035.

图 5 给出了建桥前后流速和水位的变化等值线(建桥后与建桥前之差). 可见，桥墩上游形成壅水，壅水高度横向呈马鞍形，桥墩附近壅水最高，向上游远离桥墩壅水高度逐渐减小. 其中，中间墩的 7 cm 壅水等值线距圆形墩上游约 55 m，圆端距矩形墩上游约 17 m. 可见，虽然圆端矩形墩断面面积(20.1 m^2)大于圆形墩

(12.6 m^2),但由于圆端矩形墩阻水面积(水流方向投影面积)较圆形墩阻水面积小,圆端矩形墩壅水高度圆墩小.从流速变化的等值线可以看出,桥墩前后的流速都有所减小,墩后流速减小幅度较大,桥墩的侧面则流速增大,从影响范围看,下游较上游大,圆形墩较圆端矩形墩大.桥墩对流速的影响范围比对水位的影响更大.从图 6 中间桥墩局部的流场图也可以看出,由于圆形墩阻水面积较大,分离水流的汇合点距离桥墩较远,而圆端矩形墩阻水面积小且具有一定的流线形,分离水流汇合点距墩较近.比较两种不同类型桥墩可以看出,相对桥墩端断面面积,桥墩的阻水面积对壅水高度和水流变化的影响更大.

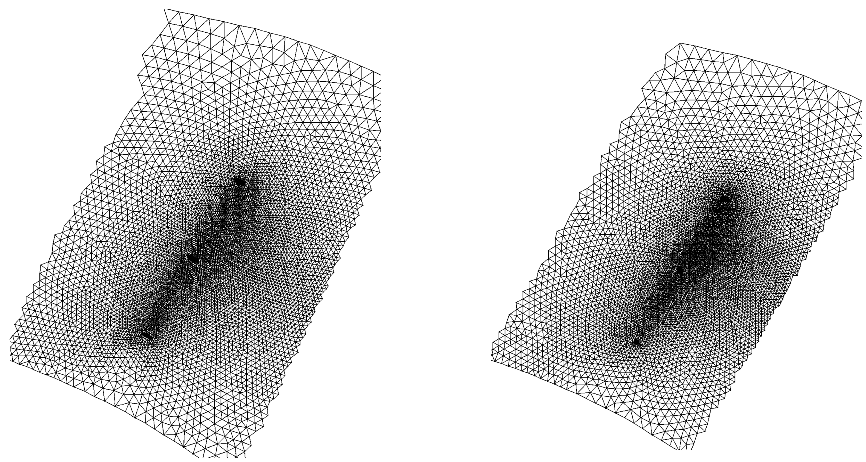
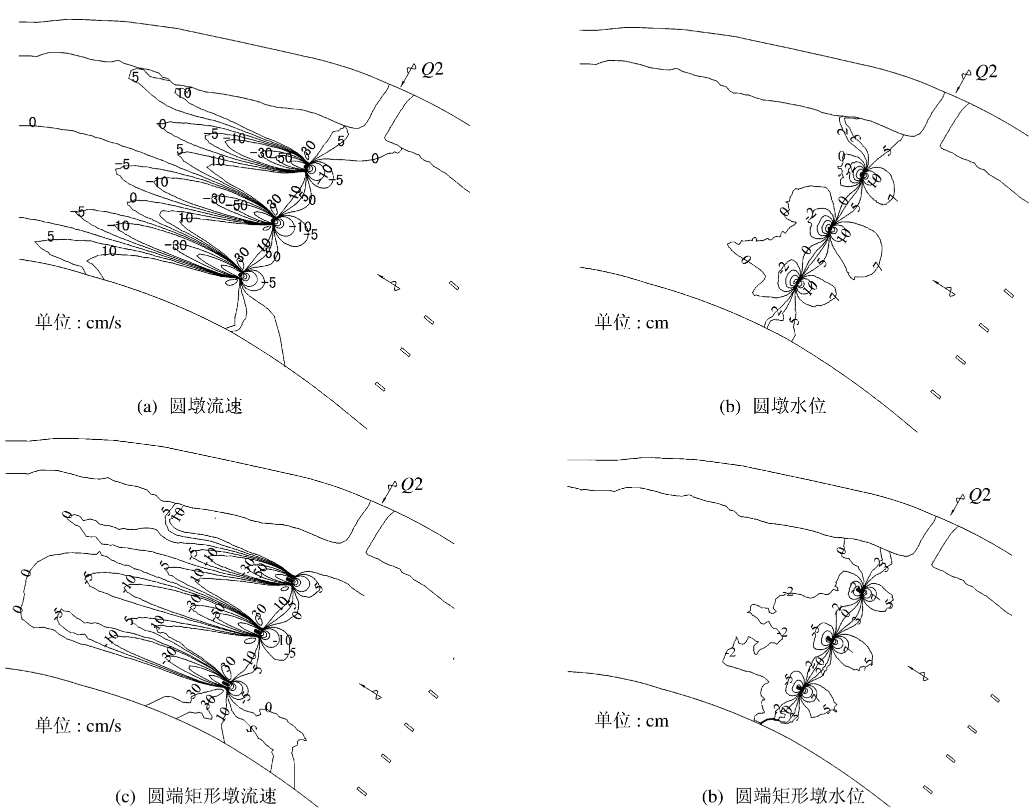


图 4 桥墩局部网格

Fig. 4 The local grids of the piers



(a) 圆墩流速 (b) 圆墩水位

(c) 圆端矩形墩流速 (b) 圆端矩形墩水位

图 5 建桥前后流速、水位变化等值线(建桥后与建桥前之差)

Fig. 5 The isolines of velocity and water level changes with and without piers

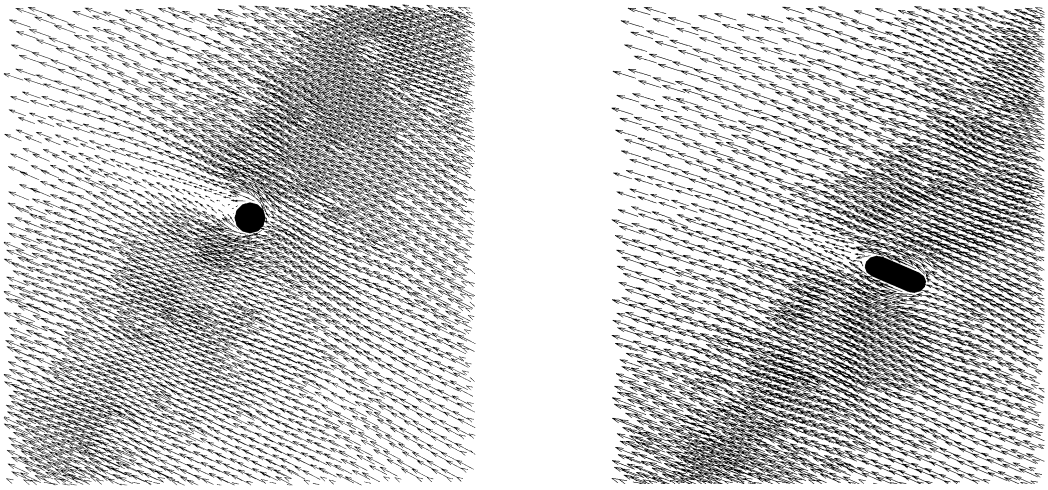


图 6　桥墩局部流场

Fig. 6　The local velocity field of piers

4　结　语

本文采用无结构的有限体积法，建立了平面二维浅水运动的数学模型. 通过对桥墩形状的准确描述，准确模拟了桥墩局部流场以及桥墩的壅水情况，克服了局部地形修正、局部糙率修正、等效阻水面积等概化计算方法需要确定经验参数和不能准确反映桥墩形状的困难. 利用桥墩壅水水槽试验的数值模拟结果对模型进行了检验，并应用模型模拟了河段中两种不同类型桥墩的壅水影响. 结果表明，相对于断面面积，桥墩的阻水面积对壅水高度和水流变化的影响较大，建桥对流速的影响范围大于对水位的影响范围，下游影响范围大于上游.

参　考　文　献：

[1]　黄　尔，曹叔尤，刘兴年. 复式河道的桥梁壅水计算[J]. 泥沙研究[J]. 2000，(4)：26-29.

[2]　赵志舟，周华君，张大庆. 合阳嘉陵江大桥桥墩局部阻力系数研究[J]. 重庆交通学院学报，2002，21(4)：98-100.

[3]　陈绪坚. 桥梁水文分析计算绘图软件包[J]. 桥梁建设，1998，(2)：47-51.

[4]　高正荣. 南京长江第四大桥动床模型试验及防洪评价报告[R]. 南京：南京水利科学研究院，2005.

[5]　陈绪坚，胡春宏. 桥渡壅水平面二维数学模型模拟研究[J]. 中国水利水电科学研究院学报，2003，1(3)：194-199.

[6]　张细兵，余新明，金　琨. 桥渡壅水对河道水位流场影响二维数值模拟[J]. 人民长江，2003，34(4)：23-24.

[7]　彭　凯，张绪进，赵世强. 桥位附近水流及局部冲刷的数值模拟[J]. 水科学进展，2001，12(2)：196-200.

[8]　王志力，耿艳芬，金　生. 具有复杂计算域、地形的二维浅水流动数值模拟[J]. 水利学报，2005，36(4)：439-444.

[9]　Wang Z L, Geng Y F, Jin S. An unstructured finite volume algorithm for nonlinear two-dimensional shallow water equation[J]. **Journal of Hydrodynamics**, 2005, 17(3): 306-312.

[10]　陈立业，沈曼莲. 桥墩壅水问题的试验研究[R]. 蚌埠：淮河水利委员会，1986.

[11]　何国建，方红卫，府仁寿. 桥墩群对河道水流影响的三维数值分析[J]. 水动力学研究与进展，2007，22(3)：345-351.