

基于等效时间的非线性热传导方程及其工程应用

宋智通^{1,2}, 张子明¹, 陈金杭², 尹 刚³

(1. 河海大学 土木工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029; 3. 胜利油田供水公司, 山东 东营 257099)

摘要: 用化学反应速率描述浇筑温度对混凝土绝热温升的影响, 研究混凝土连续墙模型在不同浇筑温度和不同边界(热交换边界和绝热边界)条件下中心点的温升过程. 应用基于等效时间的非线性热传导方程, 对龙滩碾压混凝土重力坝温度场进行仿真分析, 并与传统理论计算结果比较. 研究表明: (1) 浇筑温度对混凝土最高温升和绝热温升过程有显著影响; (2) 采用等效时间理论的温度计算结果比传统理论结果平均增加 6.7%; (3) 坝体浇筑时的外界气温影响坝体内部最高温度场, 夏季浇筑混凝土须采取适当的温控措施.

关 键 词: 化学反应速率; 等效时间; 等效绝热温升; 混凝土浇筑温度; 非线性热传导方程

中图分类号: TV315:TV642.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-640X(2008)04-0039-06

Non-linear heat conduction equation based on the equivalent time theory and its application in engineering

SONG Zhi-tong^{1,2}, ZHANG Zi-ming¹, CHEN Jin-hang², YIN Gang³

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 3. Water Supply Company of Shengli Oil Field, Dongying 257099, China)

Abstract: The chemical reaction rate is used to describe the combined effects of placement temperature and time on the adiabatic temperature rise. A concrete analytic test model is built and computed at different placement temperatures and under different boundary conditions by FEM, and the temperature rises of the centre point in the model are studied. Then the non-linear heat conduction equation based on the equivalent time theory is applied to simulate and analyze the temperature fields of Longtan RCC gravity dam. The conclusions are summarized as follows: (1) The maximum temperatures and adiabatic rise curves of concrete are remarkably influenced by the placement temperatures; (2) The new theory and the non-linear heat conduction equation are more congruent with engineering practice when applied to calculate temperature fields, with an average increase of 6.7% of temperature results as compared with the traditional theory; (3) The maximum temperature fields within the dam are correlated with the air temperature, and some necessary thermal control measures are required when the RCC dam is constructed in summer.

收稿日期: 2008-03-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50808066)

作者简介: 宋智通(1973-), 男, 江苏高邮人, 工程师, 博士研究生, 主要从事水工结构设计及大体积混凝土温度控制研究. E-mail: ztsong@nhri.cn

Key words: chemical reaction rate; equivalent time; equivalent adiabatic temperature rise; placement temperature of concrete; non-linear heat conduction equation

混凝土水化放热性能对混凝土结构开裂影响越来越受到研究人员的重视. 大体积混凝土中, 水泥水化产生的热量通过表面散发, 在混凝土中产生温度梯度和温度应力. 浇筑初期混凝土的强度和弹性模量都很低, 相应的温度应力较小; 随着混凝土龄期的增长、弹性模量的提高, 混凝土内部降温收缩的约束也愈来愈大, 产生较大的拉应力. 在传统的混凝土温度和温度应力计算中, 将混凝土绝热温升仅作为时间的函数, 不考虑浇筑温度对早期混凝土水化反应速率和绝热温升的影响. 本文应用基于等效时间的非线性热传导方程, 研究混凝土浇筑温度对最高温升和绝热温升的影响, 并对龙滩水电站碾压混凝土重力坝进行仿真分析研究, 计算施工期和运行期的温度场.

1 基于等效时间的非线性热传导方程

水泥水化产生大量的热量, 温度越高, 水泥水化反应速率越快. 一般地, 化学反应过程中, 温度对化学反应速率的影响可用 Arrhenius 方程^[1-3]描述

$$\frac{d(\ln k)}{dT} = \frac{E}{RT^2} \quad (1)$$

式中: k 为化学反应速率; T 为绝对温度 (K); E 为与化学活动能有关的常数 (J/mol); R 为气体常数 ($R = 8.314 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$).

研究^[4,5]表明, 混凝土水化热产生初期, 浇筑温度对混凝土水化反应速率有较大影响, 但温度主要影响化学反应速率, 对最终绝热温升影响不大. 也就是说, 混凝土最高绝热温升与水泥品种、水泥用量、用水量有关, 与混凝土浇筑温度无关, 不管浇筑温度如何, 对于同一种混凝土, 其最高绝热温升相同 θ_u , 绝热温升和等效时间之间存在唯一关系. 因此, 混凝土的绝热温升可表示为等效时间的唯一函数^[6-11]

$$\theta_{eq}(\tau_e) = \theta_u f(\tau_e) \quad (2)$$

$$\tau_e = \int_0^{\tau} \beta_T d\tau \quad (3)$$

$$\beta_T = \exp \left[Q \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (4)$$

式中: $\theta_{eq}(\tau_e)$ 为基于等效时间的绝热温升, 称为等效绝热温升 (°C); $f(\tau_e)$ 为反应函数, 可表示为指数式、双曲线或复合指数式等; θ_u 为混凝土最高绝热温升 (°C); τ_e 为相对于参考温度的等效时间 (d); Q 为常数 (Kelvin), 定义 Q 为混凝土的化学活动能与气体常数之比, $Q = E / R$; T_r 为参考温度 (K).

基于等效时间的混凝土不稳定温度场非线性热传导方程为

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 T + \frac{\partial \theta_{eq}(\tau_e)}{\partial \tau} \quad (5)$$

式中: α 为导温系数 (m^2/h), $\alpha = \lambda / c\rho$; λ 为导热系数 ($\text{kJ}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot \text{°C}$); c 为比热 ($\text{kJ}/\text{kg} \cdot \text{°C}$); ρ 为密度 (kg/m^3).

利用微分关系式 $\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau_e} \cdot \frac{\partial \tau_e}{\partial \tau}$, $\frac{\partial \theta_{eq}}{\partial \tau} = \frac{\partial \theta_{eq}}{\partial \tau_e} \cdot \frac{\partial \tau_e}{\partial \tau}$ 和 $\frac{\partial \tau_e}{\partial \tau} = \beta_T$, 则有

$$\frac{\partial T}{\partial \tau_e} = \alpha_{eq} \nabla^2 T + \frac{\partial \theta_{eq}(\tau_e)}{\partial \tau_e} \quad (6)$$

式中: α_{eq} 为等效导温系数, $\alpha_{eq} = \alpha / \beta_T$.

此外, 上述热传导方程还必须满足以下边界条件和初始条件,

$$\text{初始条件} \quad \text{当 } \tau = 0 \text{ 时,} \quad T = T_0(x, y, z) \quad (7)$$

$$\text{在已知温度边界 } \Gamma_1 \text{ 上, 满足} \quad T = T_b \quad (8)$$

$$\text{绝热边界 } \Gamma_2 \text{ 上, 满足} \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

$$\text{表面热交换边界 } \Gamma_3 \text{ 上, 满足} \quad \frac{\partial T}{\partial n} + \frac{\beta}{\lambda}(T - T_a) = 0 \quad (10)$$

式中: T_0 为初始温度($^{\circ}\text{C}$); T_b 为给定温度, 表示已知水温($^{\circ}\text{C}$); T_a 为气温($^{\circ}\text{C}$); n 为边界外法线方向。

由于混凝土导热系数很低, 混凝土结构的中心温度高于表面温度, 这就导致结构截面上不同位置具有不同的水化反应速率; 此外, 不同季节施工的混凝土, 具有不同的外界温度和初始温度, 这也将导致不同的水化反应速率。因此, 每一瞬时, 结构中每一个点的水泥水化反应速率, 是当前温度和已产生水化热的函数, 混凝土等效绝热温升为各结点温度的函数。在求解非线性热传导方程((5)式或(6)式)过程中, 除了利用求解传统热传导方程的有限元—差分支配方程, 还必须逐时段地对各结点温度场迭代求解。因此, 计算机程序必须跟踪每一个结点前一个时间步长的结点温度、已产生的水化热和等效时间。

2 算 例

图1为一无限长大体积混凝土连续墙, 厚度为 $2h$, $h = 1.0 \text{ m}$, 导温系数 α 取 $0.1 \text{ m}^2/\text{d}$, $\lambda/\beta = 0.1 \text{ m}$ 。计算时, 将混凝土连续墙半厚度 h 分成 n 等份, 以模拟大体积混凝土的浇筑。

用平面有限元求解, 为了模拟无限长混凝土连续墙, 长度方向取 20 m , 上下两面为绝热边界, $x=0$ 为对称面, 故 $x=0$ 面也为绝热面, $x=\pm h$ 处为热交换边界。初始条件取浇筑温度 T_p 等于外界气温 T_a , 并分别取 $T_p = T_a = 0^{\circ}\text{C}, 10^{\circ}\text{C}, 20^{\circ}\text{C}, 30^{\circ}\text{C}$ 和 40°C 。

混凝土连续墙应满足的微分方程和边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \theta_{eq}(\tau_e)}{\partial \tau} \\ \tau_e &= \int_0^{\tau} \exp \left[Q \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right] \\ \tau = 0 : T(x, y, \tau) &= T_a \\ y = \pm 10 \text{ m} : \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial y} &= 0 \\ x = \pm h : \lambda \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial x} + \beta T(x, y, \tau) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

图2为不同浇筑温度 T_p 下得出的混凝土连续墙中心点 ($x=0$) 的温度。可见, 不同的浇筑温度, 其中心点的最高温升 ($T_{\max} - T_p$) 和温升曲线 ($T - T_p$) 也不同。浇筑温度越高, 最高温升越高。然而, 用传统的热传导方程计算, 任何浇筑温度下的最高温升和温升曲线完全一样, 这与工程实际情况并不相符。

(11)式表示的热传导方程, 若 $x=\pm h$ 处边界为绝热边界, 则

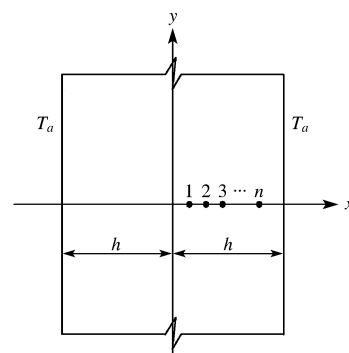


图1 混凝土连续墙模型

Fig. 1 Analytic model

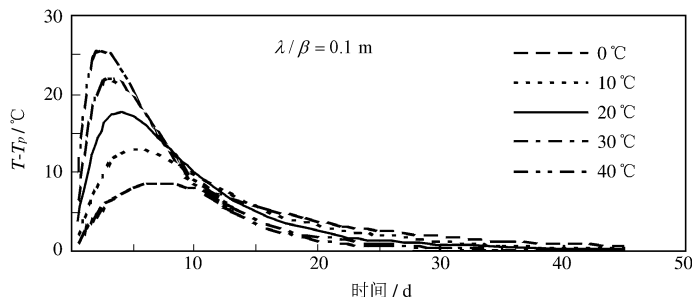


图2 混凝土中心点温升曲线

Fig. 2 Temperature rise curves of center point

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial \theta_{eq}(\tau_e)}{\partial \tau} \\ \tau_e &= \int_0^\tau \exp \left[Q \left(\frac{1}{T_r} - \frac{1}{T} \right) \right] \\ Y = \pm 10 \text{ m} : \quad \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial y} &= 0 \\ X = \pm h : \quad \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

这时,混凝土连续墙四周为绝热边界,墙内各点温度相同,上式中的热传导方程成为

$$\frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \theta_{eq}(\tau_e)}{\partial \tau} \quad (13)$$

所求得温度即为混凝土绝热温升(见图3)。可见,混凝土浇筑温度 T_p 不同,其绝热温升曲线也不同。这是由于在不同的浇筑温度下,化学反应速率不同。浇筑温度越高,化学反应速率越快,绝热温升曲线越陡。

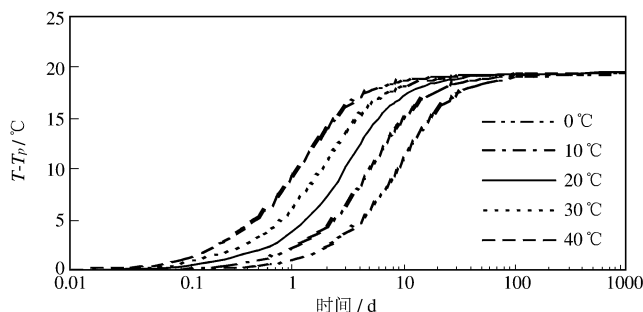


图3 混凝土绝热温升曲线

Fig. 3 Adiabatic temperature rise curves of concrete model

3 工程实例

龙滩水电站位于广西壮族自治区天峨县境内的红水河上,坝址距县城 15 km。该工程以发电为主,兼有防洪、航运等综合效益。

表1为坝体碾压混凝土 RCC 在不同温度下的绝热温升试验结果。采用双曲复合指数式拟合的等效绝热温升表达式为^[11,12]

$$\theta_{eq} = 21.8 \times \exp \left\{ -0.004682 \times [\ln(1 + t_e/1721.3)]^{0.7981} \right\} \quad (14)$$

表1 混凝土绝热温升试验值

Tab. 1 Adiabatic temperature test data of Longtan RCC dam

(单位:°C)

入仓温度	不同龄期的绝热温升					
	1 d	3 d	7 d	14 d	22 d	28 d
18.1	1.0	8.7	12.9	16.1	17.3	18.0
25.6	3.7	9.3	13.7	17.1	18.7	19.4
30.4	4.2	9.9	14.5	17.6	19.1	19.8

图4为绝热温升拟合曲线。从图4可以看出,采用(14)式的等效绝热温升公式,具有较高的拟合精度。

采用三维有限元进行仿真计算分析,坝体和坝基均采用空间六面体八结点等参单元。基础范围取上下游和地基深度均为 190 m。图5为龙滩水电站某溢流坝段三维有限元网格剖分图。

图6为等效时间理论和传统理论分别计算沿坝体高度方向的温度包络线。可见,温度包络线与坝体浇筑过程的外界气温变化规律(图7)基本一致,表明浇筑过程中的外界气温对坝体内部最高温度场有显著影响。基于等效时间理论的温度计算结果较传统理论平均增加 6.7%,其中夏季浇筑时温度平均增加 8.3%,冬季增加 5.7%。坝体内部最高温度出现在高程▽284.0 m处,分别为 40.17°C 和 44.77°C,基于等效理论的计算结果比传统理论结果高 11.5%。

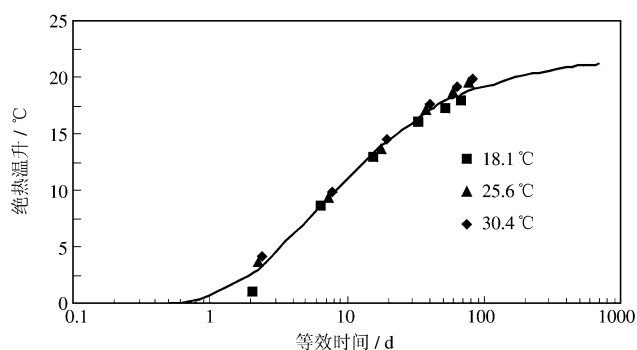


图4 RCC 等效绝热温升曲线

Fig. 4 Equivalent adiabatic temperature rise curve of Longtan RCC

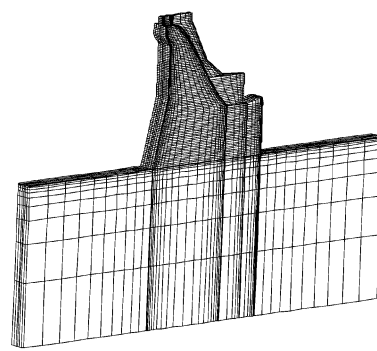


图5 有限元网格剖分图

Fig. 5 FEM meshes of Longtan RCC dam

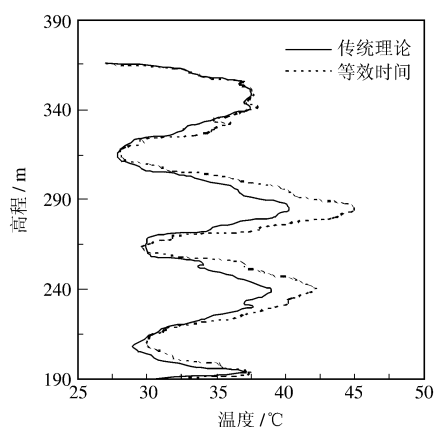


图6 坝体沿高度方向温度包络线

Fig. 6 Temperature envelope curves along the height of Longtan RCC dam

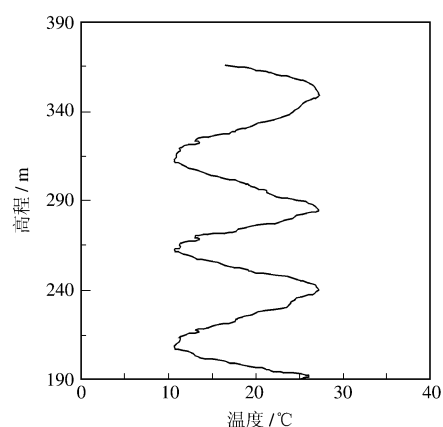


图7 坝体浇筑过程的外界气温变化

Fig. 7 Air temperature variation with the RCC dam placement

夏季浇筑时,外界气温较高,坝体内的最高温度也相应较高;冬季浇筑时,外界气温较低,坝体内的最高温度也相应较低.因此,对于夏季浇筑的混凝土,应采取适当的温控措施,控制浇筑温度,可降低坝体内部的温度场和应力场.

大体积混凝土内部降温是一个漫长的过程,一般需几十年,甚至上百年.图8、图9为大坝完建和建成20年时的坝体温度场.尽管坝体内部温度场在完建20年后显著降低,但是,由于混凝土导温系数很低,坝体内部降温速度非常缓慢,坝体达到稳定温度场还需要相当长的时间.

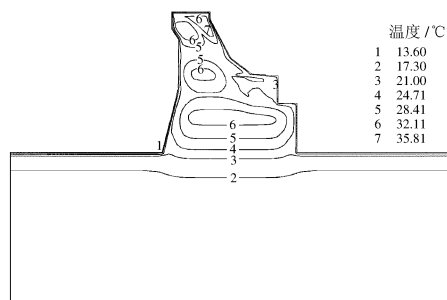


图8 完建时温度等值线

Fig. 8 Temperature contours just after construction

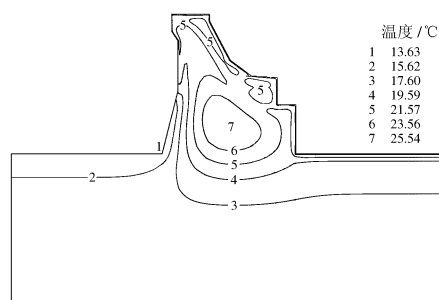


图9 完建20年温度等值线

Fig. 9 Temperature contours after 20 years of construction

4 结 语

算例及工程实例计算结果表明,混凝土浇筑温度对最高温升有显著影响.浇筑温度越高,混凝土最高温升越高.与传统热传导方程相比,基于等效时间的热传导方程综合考虑了混凝土浇筑温度和龄期对混凝土绝热温升的影响,计算的温度场更接近工程实际情况.龙滩碾压混凝土坝仿真计算结果表明,采用基于等效时间理论的非线性热传导方程计算结果在数值上较传统理论平均增加 6.7%.混凝土浇筑时的外界气温对坝体内部最高温度场有显著影响,对于夏季浇筑的混凝土,必须采取适当的温控措施,以降低坝体内部温度场和应力场.

参 考 文 献:

- [1] Copeland L E, Kantro D L, Verbeck G. Chemistry of hydration of Portland cement[C]. Forth International Symposium on the Chemistry of Cement. Washington D C: National Bureau of Standards, 1960: 429-465.
- [2] BAZANT Z P. Material and Structures[M]. Paris: RILEM, 1970: 3-36.
- [3] 郭成举. 混凝土的物理和化学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2004: 2-48.
- [4] 朱伯芳. 大体积混凝土温度应力与温度控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 1999: 17-19.
- [5] 张子明, 宋智通, 黄海燕. 混凝土绝热温升和热传导方程的新理论[J]. 河海大学学报, 2002, 30(3): 1-6.
- [6] Zdenek P Bazant, Maurice F Kaplan. Concrete at High Temperatures: Material Properties and Mathematical Models[M]. Harlow: Longman, 1996: 207-299.
- [7] 张子明, 张研, 宋智通. 水化热引起的大体积混凝土墙温度分析[J]. 河海大学学报, 2002, 30(4): 22-27.
- [8] 张子明, 郑国芳, 宋智通. 基于等效时间的早期混凝土温度裂缝分析[J]. 水利水运工程学报, 2004, (1): 41-44.
- [9] 张子明, 宋智通, 石端学. 混凝土绝热温升新理论及在龙滩工程中的应用[J]. 红水河, 2005, 24(1): 5-10.
- [10] 宋智通, 张子明, 范文清, 等. 龙滩碾压混凝土坝的温度应力仿真研究[J]. 红水河, 2005, 24(3): 27-31.
- [11] 张子明, 王嘉航, 周红军, 等. 混凝土温度特性参数的反演反析[J]. 红水河, 2003, 22(1): 24-27.
- [12] 张子明, 宋智通, 王嘉航, 等. 龙滩水电站大坝混凝土水泥水化热特性及其对温度应力的影响研究[R]. 南京: 河海大学, 2003.

欢 迎 订 阅 2009 年《水 科 学 进 展》

《水科学进展》是以水为论述主题的学术期刊,主要反映国内外在暴雨、洪水、干旱、水资源、水环境等领域中科学技术最新成果、重要进展、当代水平和发展趋势,报道关于水圈研究的新事实、新概念、新理论和新方法,交流新的科研成果、技术经验和科技动态。她涉及与水有关的所有学科,包括水文科学、大气科学、海洋科学、地质科学、地理科学、环境科学、水利科学和水力学、冰川学、水生态学以及法学、经济学和管理科学中与水有关的内容。本刊自 1995 年入编《中国学术期刊(光盘版)》,为全国中文核心期刊,同时被国际权威文献检索系统《Ei》和《CA》收录,2003、2004、2005 年连续获“百种中国杰出学术期刊”称号,2007 年获江苏省优秀期刊奖。

《水科学进展》为双月刊,大 16 开本,每期 136 个版面,逢单月月底出版,每期定价 20.00 元,全年定价 120.00 元。国际标准连续出版物号:ISSN 1001-6791,国内统一连续出版物号:CN 32-1309/P。国际发行代号:BM 1147,国内发行代号:28-146,欢迎广大读者到当地邮局(所)订阅。若错过订阅时间,亦可直接汇款到编辑部补订。