区间参数优化反分析在水利工程中的应用

黄耀英，吴中如，王德信，苏静波

（河海大学 水利水电工程学院，江苏 南京 210098）

摘要：研究了区间参数摄动法和区间参数优化反分析法，提出了区间参数单调性优化反分析法. 基于可变容差优化反分析法，开发了区间优化反分析程序. 通过分析得出结论：(1)可利用区间数概念合理解决监测资料中分离分量相关性的问题；(2)可利用工程结构中位移为待反分析材料参数的增函数或减函数的测点位移的上、下限，来反演得到不确定性材料参数的上、下限；(3)工程算例分析表明，区间参数摄动优化反分析法和区间参数单调性优化反分析法都能得到令人满意的参数区间.

关 键 词：区间参数摄动法；区间参数优化反分析法；材料参数；水利工程

中图分类号：O242.29∶TV642.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-640X(2007)03-0001-05

Application of interval parameter back analysis in hydraulic engineering

HUANG Yao-ying，WU Zhong-ru，WANG De-xin，SU Jing-bo

(*College of Water Conservancy and Hydropower Engineering*，*Hohai University*，*Nanjing* 210098，*China*)

Abstract：The interval parameter perturbation method and the interval parameter back analysis method are studied，and the interval parameter monotony back analysis method is presented. The interval parameter back analysis program is developed based on the flexible tolerance method. Some conclusions are obtained：(1) The interval data concept can rationally settle the apart component′s dependence problem of monitoring data；(2) The survey point′s displacement which is the material parameter′s increasing function or deducing function can be used to back-analyse the material parameter′s up and down limit；and (3) Both the interval parameter perturbation back analysis method and the interval parameter monotony back analysis method can obtain satisfactory interval parameters.

Key words：the interval parameter perturbation method；the interval parameter monotony back analysis method；material parameter；hydraulic engineering

水利、岩土工程问题中常存在着各种各样的不确定性，引入不确定性数学工具是研究发展的必然趋势. 近年来，处理不确定性问题的方法主要有随机模型、模糊模型和区间分析模型. 区间分析方法是将工程分析中的某些不确定性参数用区间变量来表示，利用区间数学的方法进行分析[1]. 区间分析方法在统计信息不足以描述不确定参数的概率分布或隶属函数、工程单位仅提供不确定参数的区间范围而想获得结构响应的区间范围时就发挥了其优势. 近年来，国内外学者提出了一些区间有限元方法[2-7]，如截断方法、摄动方法、组合方法以及优化方法等用于工程结构分析.

收稿日期：2006-10-22

基金项目：国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412707)

作者简介：黄耀英(1977-)，男，湖南郴州人，博士研究生，主要从事大坝安全监控和水工结构数值计算方面的研究.
E-mail：huangyaoying@ sohu. com

目前,工程上采用的反分析法一般都是确定性反分析方法. 不确定性反分析可采用区间分析方法. 由于它只需要较少的数据信息(上、下限)就可以描述参数或量测信息的不确定性,比较符合客观实际,可为工程实际提供合理可行的区间反演分析模型. 据此,本文研究了区间参数摄动法和区间参数优化反分析法,并将区间参数优化反分析法应用于水利工程.

1 区间参数反分析的基本原理

1.1 区间参数摄动法

考虑到不确定参数 $\boldsymbol{P}^I$ 在小范围变化,令

$$\boldsymbol{K}^c=\boldsymbol{K}(\boldsymbol{P}^c),\ \boldsymbol{K}'_i(\boldsymbol{P}^c)=\left.\frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial P_i}\right|_{\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^c},\ \boldsymbol{R}^c=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{P}^c),\ \boldsymbol{R}'_i(\boldsymbol{P}^c)=\left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial P_i}\right|_{\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^c}\quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{K}^c$、$\boldsymbol{R}^c$ 分别为均值整体劲度矩阵和均值荷载列阵;$\boldsymbol{P}^I$ 为区间参数向量;$\boldsymbol{P}^c$ 为 $\boldsymbol{P}^I$ 的均值;m 为区间参数个数.

将含有区间参数的劲度矩阵 $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{P}^I)$ 和荷载列阵 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{P}^I)$ 在 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^c$ 处进行 Taylor 展开,忽略高阶微量,可得

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{P}^I)=\boldsymbol{K}^c+\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i^I\cdot\boldsymbol{K}'_i(\boldsymbol{P}^c)=\boldsymbol{K}^c+\Delta\boldsymbol{K}^I \tag{2-a}$$

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{P}^I)=\boldsymbol{R}^c+\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i^I\cdot\boldsymbol{R}'_i(\boldsymbol{P}^c)=\boldsymbol{R}^c+\Delta\boldsymbol{R}^I \tag{2-b}$$

式中:$\Delta\boldsymbol{P}^I$ 为 $\boldsymbol{P}^I$ 的区间离差.

根据区间有限元控制方程,有

$$(\boldsymbol{K}^c+\Delta\boldsymbol{K}^I)(\boldsymbol{u}^c+\Delta\boldsymbol{u}^I)=(\boldsymbol{R}^c+\Delta\boldsymbol{R}^I) \tag{3}$$

根据线性方程的摄动法,有

$$\boldsymbol{u}^c=(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\boldsymbol{R}^c \tag{4-a}$$

$$\Delta\boldsymbol{u}^I=(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\Delta\boldsymbol{R}^I-(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\Delta\boldsymbol{K}^I\boldsymbol{u}^c=-(\boldsymbol{K}^c)^{-1}(\Delta\boldsymbol{K}^I\boldsymbol{u}^c-\Delta\boldsymbol{R}^I) \tag{4-b}$$

将 $\Delta\boldsymbol{R}^I$、$\Delta\boldsymbol{K}^I$ 的表达式代入(4-b)式可得

$$\Delta\boldsymbol{u}^I=-(\boldsymbol{K}^c)^{-1}(\Delta\boldsymbol{K}^I\boldsymbol{u}^c-\Delta R^I)=-(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i^I\boldsymbol{K}'_i(\boldsymbol{P}^c)\boldsymbol{u}^c-\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i^I\boldsymbol{R}'_i(\boldsymbol{P}^c)\right) \tag{5-a}$$

$$\Delta\boldsymbol{u}=\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i\cdot\left|(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\boldsymbol{K}'_i(\boldsymbol{P}^c)\boldsymbol{u}^c\right|+\sum_{i=1}^{m}\Delta P_i\cdot\left|(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\boldsymbol{R}'_i(\boldsymbol{P}^c)\right| \tag{5-b}$$

于是,结构静力位移的上、下限分别为 $\overline{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}^c+\Delta\boldsymbol{u},\ \underline{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}^c-\Delta\boldsymbol{u}$

式中:$\underline{\boldsymbol{u}}$、$\overline{\boldsymbol{u}}$、$\boldsymbol{u}^c$ 和 $\Delta\boldsymbol{u}$ 分别为位移区间下限、上限、均值和离差.

(5-b)式与文献[5,6]略有差异,这是由于文献[5,6]在推导时使用了区间运算性质的分配律(区间性质弱的形式).

由线性方程的摄动法可知,当区间变量的变化范围较大时,有时不能满足摄动法的收敛条件,此时,可采用子区间法[6]进行处理.

1.2 区间参数摄动优化反分析法

设待反演的力学参数向量为 $\boldsymbol{P}$,由弹性模量 E 和泊松比 μ 组成. 考虑到力学参数的不确定性,设它们的最大和最小值组成的区间向量为 $\boldsymbol{P}_0^I$.

在实际工程中,根据勘探和试验资料进行综合判断分析,可以得到待求力学参数较为宽松的上下限,以保证问题的解与实际的物理意义和地质勘探资料等先验信息相符合,即

$$\underline{E_P}\leqslant E\leqslant\overline{E_P},\underline{\mu_P}\leqslant\mu\leqslant\overline{\mu_P}$$

用区间向量表示为 P_p^I,下标 p 表示反演参数宽松的先验信息. 显然,有

$$\boldsymbol{P}_0^I\subseteq\boldsymbol{P}_p^I$$

考虑到测点变形的随机性和观测精度引起的测量误差,加之监测位移分析模型中,由于影响因子的相关性[8,9](如年调节水库的水位、温度和时效之间相关等),采用统计模型和确定性模型分离的分量不准确,而是一个可能的区间. 因此,设结构在荷载作用下,测点的位移区间为

$$\underline{u_i} \leqslant u_i \leqslant \overline{u_i} \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

其中，$\overline{u_i}$，$\underline{u_i}$ 为由量测信息确定的第 i 个测点变形的上、下限；n 为测点个数. 令量测所得的测点变形的区间向量为 $\boldsymbol{u}_m^I$. 这样，区间反分析计算模型可表示为

满足如下约束条件，求 $\boldsymbol{P}_0^I$

$$\text{s.t.} \qquad \boldsymbol{K}^I(\boldsymbol{P}^I)\boldsymbol{u}^I = \boldsymbol{R}^I$$

$$\boldsymbol{P}^I \subseteq \boldsymbol{P}_p^I, \quad \underline{u_i} \leqslant u_i \leqslant \overline{u_i} \quad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{6}$$

式中含有区间参数线性方程组，可采用区间参数摄动法按如下步骤求 $\boldsymbol{P}_0^I$：(1) 由量测所得的测点变形区间向量 $\boldsymbol{u}_m^I$，得到量测测点变形均值 $\boldsymbol{u}^c$ 和离差 $\boldsymbol{u}^r$. 采用确定性优化反分析方法，得到待反演的不确定性区间力学参数的均值 $\boldsymbol{P}_0^c$；(2) 根据(5-b)式，采用确定性优化反分析方法反求出各个待反演的不确定性区间力学参数的离差 $\Delta\boldsymbol{P}_0$. 上述步骤(2)与文献[6,7]略为不同，文献[6,7]中反求某个力学参数的离差时，令其余力学参数的偏差为零. 这种方法无理论依据，且反求得的离差偏大. 本文是同时反求得各力学参数的离差. 具体见本文下述的不确定参数优化反演.

1.3 区间参数单调性优化反分析法

1.3.1 *端点组合-单调性法*　设 $P_1, P_2, \cdots, P_m$ 为 m 个除荷载外的结构不确定参数，均为区间变量. 所有不确定参数的取值区域 D_P 为 m 维空间的凸多面体. 在线弹性有限元分析时，各结点位移所在区间的边界一般可在结构区间变量参数所在区域 D_P 的顶点上取得. 因而，区间有限元静力控制方程位移解的界限可通过所有区间变量参数的上、下边界的组合来求得. m 个区间变量上、下边界的组合共有 2^m 种. 对较大的 m，直接组合计算的工作量很大. 在实际问题中，易于判断结点位移随不确定参数的增减函数关系. 假设位移 u_i 为不确定参数 $\boldsymbol{P}$ 的单调函数，不妨设为 $P_1, P_2, \cdots, P_k$ 的增函数和 $P_{k+1}, P_{k+2}, \cdots, P_m$ 的减函数，则在求解 u_i^l，u_i^u 时，只需考虑关于 $\boldsymbol{P}$ 的两种组合

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{K}(P_1^u, P_2^u, \cdots, P_k^u, P_{k+1}^l, P_{k+2}^l, \cdots, P_m^l)\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{K}(P_1^l, P_2^l, \cdots, P_k^l, P_{k+1}^u, P_{k+2}^u, \cdots, P_m^u)\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

此时，劲度矩阵 $\boldsymbol{K}$ 已成为确定性矩阵. 仅需要两次有限元控制方程的求解就可以得出原问题的解区间 $\underline{\boldsymbol{u}} \leqslant \boldsymbol{u} \leqslant \overline{\boldsymbol{u}}$，这样可大大减少计算工作量. 结点位移对各个参数的单调性分析可采用下式[6]来判断

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial P_i} = (\boldsymbol{K}^c)^{-1}\left[\left.\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial P_i}\right|_{\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^c} - \left.\frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial P_i}\right|_{\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}^c}\boldsymbol{u}^c\right] \quad (i = 1,2,\cdots,m) \tag{8}$$

显然，对于复杂的工程问题，难以满足位移列阵对材料参数的单调性. 这样不能保证通过(7)式的计算就能得到所有测点的位移上、下限.

1.3.2 *单调性优化反分析法*　工程结构中的一些测点的位移为待反分析材料参数的增函数或减函数，可以利用这些测点的位移上、下限来反演得到材料参数的上、下限. 例如，选择那些点位移为待反分析材料参数的增函数的点作为测点. 通过测量获得这些测点的变形上、下限值，然后利用这些测点的上限位移值来反演材料参数的上限值，利用下限位移值来反演材料参数的下限值. 反演得到的材料参数的上下限值可近似作为结构模型的不确定参数的区间. 这样可以较方便地获得结构模型的材料参数区间. 同样地，可选择那些点位移为待求材料参数的减函数的点作为测点，来反演材料参数的区间.

2　不确定参数优化反演

按上述原理，本文采用 Visual Fortran 语言，基于可变容差优化反分析法[10]，编制了平面应变问题的区间有限元反演分析程序.

在优化反演不确定参数均值时，在程序中通过调用有限元通用软件 Marc 来进行辅助计算. 采用 Marc 软件中的 hypela 子程序接口[11]进行线弹性本构关系的二次开发时，对于平面应变问题的应力应变转换矩阵与常见的文献略微不同，

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{\varepsilon} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}]^{\mathrm{T}}$，

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$

其中，$\lambda = E\mu / [(1+\mu)(1-2\mu)]$，$G = E/[2(1+\mu)]$，$E$、$\mu$ 分别为材料弹性模量和泊松比.

在反演不确定参数的离差时，只需要在程序中调用一次有限元通用软件 Marc 得到优化参数均值来计算均值位移（(4-a) 式），再对均值整体劲度矩阵求逆（(5-b) 式），即可得到 $|(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\boldsymbol{R}'_i(\boldsymbol{P}^c)| + |(\boldsymbol{K}^c)^{-1}\boldsymbol{K}'_i(\boldsymbol{P}^c)\boldsymbol{u}^c|$ $(i=1,2,\cdots,m)$，然后采用可变容差优化反分析法优化出最优的不确定参数的离差.

当测点位移区间较大时，可按上述反分析步骤采用位移子区间组合反演.

3　工 程 算 例

某重力坝，坝高 60 m，坝底宽 40 m（见图 1）. 荷载仅考虑上游水压力，上游水位 ▽ 50 m，下游无水. 设坝体材料参数和坝基材料参数为区间变量：$E_c^I = [18, 22]$ GPa，泊松比 $\mu_c = 0.167$；$E_r^I = [16.2, 19.8]$ GPa，泊松比 $\mu_r = 0.33$.

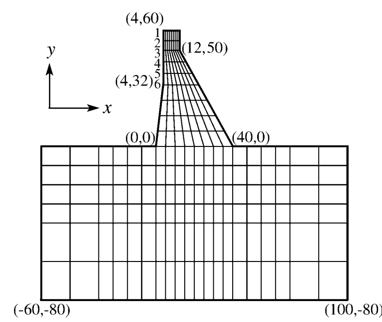

图 1　重力坝模型

Fig. 1　Gravity dam model

方法一：端点组合法

(1) 按端点组合法进行计算，模型有 2 个不确定性参数，共有 4 种端点组合，坝体测点的位移区间见表 1 和表 2.

(2) 根据表 1 中的测点水平位移均值，采用可变容差法反演得到不确定性参数的均值. 反分析时，可变容差法以边长 $d=1$ 构造初始单纯形，给定收敛精度 $\varepsilon=0.001$，反演结果为 $E_c^c = 19.799$ GPa，$E_r^c = 17.822$ GPa. 如果仅采用表 2 中垂向的位移均值，反演的结果为 $E_c^c = 29.997$ GPa，$E_r^c = 29.278$ GPa. 如同时采用水平向和垂向的位移均值，反演的结果为 $E_c^c = 19.802$ GPa，$E_r^c = 17.814$ GPa. 由反演结果可见，在水压荷载作用下的垂向位移不能完全反映结构的变形，较水平位移低一个数量级，所以不能反演出结构的合理弹性模量.

(3) 由表 1 中的测点的水平向位移离差，采用可变容差法，利用 (5-b) 式来反演不确定性参数的离差，反演结果为 $\Delta E_c = 1.980\ 1$ GPa，$\Delta E_r = 1.780\ 6$ GPa，于是可得到不确定性参数的区间为 $E_c^I = [17.818\ 9, 21.779\ 1]$ GPa；$E_r^I = [16.041\ 4, 19.602\ 6]$ GPa.

方法二：区间参数单调性优化反分析法

(1) 利用 (8) 式判断测点位移对材料参数的单调性，结果见表 3.

(2) 由表 3 的测点位移与参数的单调性可见，测点的水平向位移为材料参数的单调减函数，可利用测点的水平向位移的上限值来反演材料参数的下限值，下限值来反演材料参数的上限值. 反演结果为 $\overline{E_c} = 21.994$ GPa，$\overline{E_r} = 19.812$ GPa；$\underline{E_c} = 17.995$ GPa，$\underline{E_r} = 16.211$ GPa. 于是可以得到参数的区间为 $E_c^I = [17.995, 21.994]$ GPa；$E_r^I = [16.211, 19.812]$ GPa. 由上述反演结果可见，两种方法的反演结果均令人满意.

表 1　上游面测点水平位移

Tab. 1　Horizontal displacements at upstream face points　（单位：mm）

	1	2	3	4	5	6
$\bar{\boldsymbol{u}}$	4.803 58	4.463 27	4.123 82	3.725 01	3.322 44	2.920 27
$\underline{\boldsymbol{u}}$	3.930 20	3.651 77	3.374 03	3.047 74	2.718 36	2.389 31
$\boldsymbol{u}^c$	4.366 89	4.057 52	3.748 93	3.386 38	3.020 40	2.654 79

注：位移上限值对应的材料参数 $E_c = 18$ GPa，$E_r = 16.2$ GPa；位移下限值对应的材料参数 $E_c = 22$ GPa，$E_r = 19.8$ GPa.

表 2　上游面测点垂直位移

Tab. 2　Vertical displacements at upstream face points　（单位：mm）

	1	2	3	4	5	6
$\bar{u}$	0.520 50	0.520 46	0.519 30	0.514 27	0.498 56	0.451 19
$\underline{u}$	0.336 42	0.336 39	0.335 44	0.331 32	0.318 48	0.279 77
u^c	0.428 46	0.428 43	0.427 37	0.422 80	0.408 52	0.365 48
Δu	0.092 04	0.092 04	0.091 93	0.091 47	0.090 04	0.085 71

注：位移上限值对应的材料参数 $E_c=18$ GPa，$E_r=19.8$ GPa；位移下限值对应的材料参数 $E_c=22$ GPa，$E_r=16.2$ GPa.

表 3　测点位移与参数的单调性关系

Tab. 3　Monotone relationship between point′s displacement and parameters

参　数	1		2		3		4		5		6	
	水平向	垂直向	水平向	垂直向	水平向	垂直向	水平向	垂直向	水平向	垂直向	水平向	垂直向
E_c	减	减	减	减	减	减	减	减	减	减	减	减
E_r	减	增	减	增	减	增	减	增	减	增	减	增

4　结　语

（1）研究了区间参数摄动法和区间参数摄动优化反分析法，给出了较严谨的区间参数摄动法位移离差计算式，同时指出现有文献报导的线性区间参数摄动优化反分析法的不严谨之处，给出了较合理的线性区间参数摄动优化反分析法步骤.

（2）提出了区间参数单调性优化反分析法，可利用工程结构中测点位移为待反分析材料参数的增函数或减函数的测点位移上、下限，来反演得到不确定性材料参数的上、下限.

（3）提出可利用区间数概念来合理解决监控模型分离分量相关性的问题.

（4）工程算例分析表明，区间参数摄动优化反分析法和区间参数单调性优化反分析法都能得到令人满意的参数区间.

（5）对于实际工程中的多参数问题，有时需要先进行参数敏感性分析，选取那些较敏感的参数，并分析其单调性，然后采取相应的区间参数优化反分析法.

参　考　文　献：

［1］　苏静波，邵国建．基于区间分析的工程结构不确定性研究现状与展望［J］．力学进展，2005，（3）：338-344.
［2］　吕震宙，冯蕴雯，岳珠峰．改进的区间截断法及基于区间分析的非概率可靠性分析方法［J］．计算力学学报，2002，19（3）：260-264.
［3］　郭书详，吕震宙．线性区间有限元静力控制方程的组合解法［J］．计算力学学报，2003，20（1）：34-38.
［4］　杨晓伟，陈塑寰，滕绍勇．基于单元的静力区间有限元法［J］．计算力学学报，2002，19（2）：179-183.
［5］　邱志平，顾元宪．有界不确定参数结构位移范围的区间摄动法［J］．应用力学学报，1999，16（1）：1-9.
［6］　刘世君．岩石力学反演分析研究及其工程应用［D］．南京：河海大学，2003.
［7］　刘世君，徐卫亚．岩石力学参数的区间参数摄动反分析［J］．岩土工程学报，2002，24（6）：760-763.
［8］　吴中如．水工建筑物监控理论及其应用［M］．北京：高等教育出版社，2003：29-30.
［9］　吴中如，顾冲时，赵炳祯，等．大坝原型观测资料的综合分析法［J］．河海大学学报，1993，21（1）：70-76.
［10］　万耀青．最优化计算方法常用程序汇编［M］．北京：工人出版社，1983：220-222.
［11］　陈火红．Marc 有限元实例分析教程［M］．北京：机械工业出版社，2002：23.