非恒定降雨入渗下砂土和壤土非饱和性状

孙 元 元

(南京水利科学研究院, 江苏 南京 210029)

摘要: 采用 Gardner 提出的对于土壤土-水特征曲线的指数分布假设建立数学模型,通过改变边界条件,对含水层厚度为有限和无穷深的砂土和壤土,在不同非恒定降雨强度条件下土壤非饱和性状分别进行数值模拟,得出了相应的非饱和性状变化情况.

关 键 词: 非恒定降雨; 指数分布; 非饱和性状; 砂土; 壤土; 数值模拟

中图分类号: TV139.1　**文献标识码**: A　**文章编号**: 1009-640X(2007)01-0061-04

Unsaturated characteristics of sand and loam soils with unstable rainfall and infiltration

SUN Yuan-yuan

(*Nanjing Hydraulic Research Institute*, *Nanjing* 210029, *China*)

Abstract: Based on the exponential distribution hypothesis for the soil-water characteristic curve of soils proposed by Gardner, a mathematical model is developed. By changing the boundary conditions, the unsaturated characteristics of sand and loam soils with finite and infinite depth of water-bearing bed under different unstable rainfall intensities are numerically modeled respectively, and the corresponding variations of unsaturated characteristics are obtained.

Key words: unstable rainfall; exponential distribution; unsaturated characteristics; sandy soil; loam soil; numerical model

降雨入渗对地下渗流场的影响,越来越受到国内外学者的重视. 如 D. S. Guido[1] 以 Richards 方程作为控制方程,采用时间变数作转换,求出恒定降雨强度条件下级数形式的解析解;陈建谋等[2] 也以 Richards 方程作为控制方程,利用 Kirchoff 积分转换和 Gardner 指数分布函数,将控制方程转换成扩散方程的形式,求出不同降雨强度和水文条件下,不产生积水时的土壤含水量变化剖面;刘建军等[3] 基于 Buckley-Leverett 两相流方程,提出了新的岩土饱和-非饱和渗流数学模型,利用有限差分法给出用隐式压力显示饱和度的数值求解方法,以模拟降雨入渗条件下,边坡岩体渗流场孔隙压力和含水饱和度的变化;汤有光等[4] 提出了适用于陡坡且考虑地表径流和地下水耦合作用的降雨入渗分析方法,对考虑、不考虑地表水和地下水耦合作用降雨入渗的两种情况进行了数值模拟,得出考虑二者耦合有利于入渗的结论;李兆平等[5] 以土壤体积含水量为控制变量,应用非饱和土水分运动基本理论,建立了降雨入渗过程中土体瞬态含水量的计算模型,并在模型中通过改变边界条件、考虑降雨过程中土壤入渗能力的变化,进一步研究了降雨入渗对土壤边坡稳定性的影

收稿日期: 2006-01-23

作者简介: 孙元元(1981-),女,江苏江都人,硕士,主要从事渗流力学与渗流控制的研究.

响;张培文等[6]基于坡面径流和降雨入渗控制方程,用有限元法对降雨条件下坡面径流进行了耦合数值模拟.

本文以 Richards 方程作为控制方程,应用有限差分法对含水层厚度为有限和无穷深、非恒定降雨和特大暴雨条件下,砂土和壤土的非饱和性状分别进行数值模拟.通过比较,得出砂土和壤土的非饱和性状随降雨强度的变化,以及二者的异、同点.

1　降雨条件下地下水渗流数学模型

1.1　降雨条件下渗流控制方程

以土壤体积含水量为控制变量的一维垂直方向的 Richards 控制方程[7]为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial z}\left[D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}\right]-\frac{\mathrm{d}K(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\frac{\partial\theta}{\partial z}\tag{1}$$

式中:θ 为土壤体积含水量;t 为时间;z 为位置高程;$K(\theta)$ 为土壤非饱和渗透系数;扩散系数(或称毛细扩散系数)

$$D(\theta)=\frac{K(\theta)}{c(\theta)}=-K(\theta)\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}\theta}$$

其中,容水度 $c(\theta)$ 为毛细压强水头变化 1 个单位时单位体积土体中含水量的变化,并与土-水特征曲线的斜率有关

$$\frac{1}{c(\theta)}=\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}\theta}$$

其中的 ψ 为土体基质吸力.假定所研究土壤为均质,且土体水分运动参数 D 和 K 可视为含水量的函数.采用 Gardner 提出的指数分布函数来表示含水量、渗透系数与基质吸力的关系,则有

$$K=K_s\mathrm{e}^{\alpha\psi}\tag{2}$$

$$\theta=\theta_0+(\theta_s-\theta_0)\mathrm{e}^{\alpha\psi}\tag{3}$$

其中:K_s 为饱和渗透系数;θ_0 为土体初始含水量;θ_s 为土体饱和含水量;α 为常数.

1.2　算　法

1.2.1　初始条件和边界条件

(1) 初始条件

$$\theta_{t=0}=\theta_0\tag{4}$$

式中:θ_0 为初始含水量.

(2)边界条件　采用第二类边界条件,即流量边界条件

$$-D(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial z}+K(\theta)\bigg|_{z=0}=q(t)\tag{5}$$

式中:$q(t)$ 为随时间变化地表处降雨入渗强度.

1.2.2　求　解

(1)含水层厚度为无穷深时,上述定解问题的精确解很难获得.陈建谋等[2]则提出采用 Kirchoff 积分转换方式,对一类特定型式非恒定降雨入渗条件可获得其精确解.该特定型式非恒定降雨入渗强度为

$$q(t)=c(a+b\sqrt{t})\mathrm{G}^{-at}\tag{6}$$

式中:与土-水特征曲线有关的常数 $G=\dfrac{\alpha K_s}{4(\theta_s-\theta_0)}$,$a=\dfrac{\alpha^2}{4G}$,$b=\dfrac{\alpha^2}{2\sqrt{\pi G}}$;$c$ 为任一常数.在此条件下得出的理论解为

$$\theta(z,t)=\theta_0+\frac{16cf^3}{\sqrt{G}}\exp\left(\frac{\alpha z}{2}-Gt\right)\left[\sqrt{\frac{Gt}{\pi}}\exp\left(-\frac{f^2z^2}{t}\right)-\frac{\alpha z}{4}\mathrm{erfc}\left(-\frac{fz}{\sqrt{t}}\right)\right]\tag{7}$$

式中:$f=\dfrac{\alpha^2}{4G}$.

(2)含水层厚度为有限深时,则考虑底部为不透水边界,即 $q(t)=0$.

对 Richards 方程(1)式可改写为

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=D\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-E\frac{\partial\theta}{\partial z} \tag{8}$$

式中：$E=\mathrm{d}K/\mathrm{d}\theta$，且 D 和 E 均为 θ 的函数.

(8)式的隐式差分格式为

$$\frac{\theta_i^{n+1}-\theta_i^n}{\Delta t}=\frac{D^{n+1}}{2\Delta z^2}(\theta_{i-1}^{n+1}-2\theta_i^{n+1}+\theta_{i+1}^{n+1}+\theta_{i-1}^n-2\theta_i^n+\theta_{i+1}^n)-\frac{E^{n+1}}{4\Delta z}(\theta_{i+1}^n-\theta_{i-1}^n+\theta_{i+1}^n-\theta_{i-1}^n)$$

又可简化为

$$A\theta_{i-1}^{n+1}+B\theta_i^{n+1}+C\theta_{i+1}^{n+1}=F \tag{9}$$

式中：$A=D^{n+1}+E^{n+1}\frac{\Delta z}{2}$；$B=-\left(2D^{n+1}+2\frac{\Delta z^2}{\Delta t}\right)$；$C=D^{n+1}-E^{n+1}\frac{\Delta z}{2}$；$F=-A\theta_{i-1}^n+\left(2D^{n+1}-\frac{2\Delta z^2}{\Delta t}\right)\theta_i^n-C\theta_{i+1}^n$

以及 $D^{n+1}=D(\theta_i^{n+1})$，$\theta_i^n=\theta(i\Delta x,n\Delta t)$，$E^{n+1}=E(\theta_i^{n+1})$.

根据已知的边界条件和初始条件，即可用 ADI 方法求解差分方程(9)式.

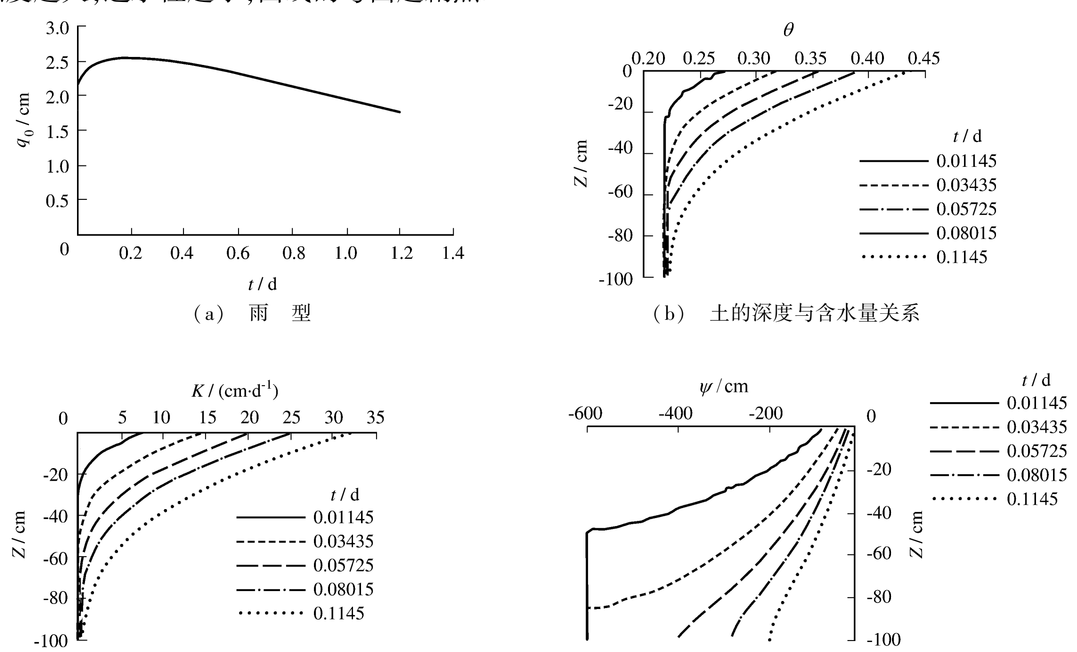
在上述假定的情况下，就可以深入研究不同强度雨型、不同含水层厚度和不同土壤之间的非饱和性状.

2　算例与结果分析

算例中选用的砂土和壤土按 Van Genuchten[8] 给出的物理特性分别为：砂土的饱和渗透系数 $K_s=108$(cm/d)，$\alpha=0.0079$(1/cm)，饱和含水量 $\theta_s=0.250$，初始含水量 $\theta_0=0.153$；壤土的 $K_s=32$(cm/d)，$\alpha=0.0200$(1/cm)，$\theta_s=0.434$，$\theta_0=0.218$. 用本文的方法，对含水层厚度为 100 cm 和无穷、在非恒定降雨强度(最大雨强小于 30 mm)和特大暴雨(最大雨强大于 500 mm)情况下，对砂土和壤土的非饱和性状分别进行数值模拟.

2.1　非恒定降雨强度(最大雨强小于 30 mm)

对于通常发生的降雨强度小于 30 mm、含水层厚度仅为 100 cm 时，无论是砂土还是壤土的含水量随时间单调增加. 砂土的含水量、基质吸力以及渗透系数随含水层厚度的变化甚小，且呈线性分布变化；由于壤土的透水性较砂土小，表现在图形上均为曲线(见图 1). 曲线的弯曲程度与降雨强度和含水层的透水性密切相关，降雨强度越大，透水性越小，曲线的弯曲越剧烈.



(a) 雨　型　　(b) 土的深度与含水量关系

(c) 土的深度与渗透系数关系　　(d) 土的深度与基质吸力关系

图 1　含水层为有限深(100cm)的壤土非饱和性状

Fig. 1　Unsaturated characteristics for the loam soil with finite depth of water-bearing bed (100cm)

当含水层厚度为无穷深时,不同深度含水层处含水量随时间的变化均呈概率曲线分布(见图2). 含水量变化过程为先上升达最大值然后逐渐下降,最大含水量及其到达历时与含水层深度和透水性密切相关. 含水层厚度愈深、透水性愈小,最大含水量愈小,历时愈长,最终趋于初始含水量的时间也愈长. 这符合含水层无限深的渗透规律. 由于雨水可以不断下渗,则含水量随深度的变幅很小,呈现出从上层高下层低转变为上层低下层高最终趋于初始含水量的过程. 并可概括为 3 个阶段:第 1 阶段,含水量随含水层深度的增加而减小,出现于地表含水量到达峰值之前,通常地表含水量达到峰值的时间要滞后于最大降雨强度出现的时间;第 2 阶段,由于地表层含水量逐渐降低,下层含水量不断增加,故含水量随深度的变化呈凸形曲线,含水量最大值及其出现的位置随时间的增长而逐渐减小且向下推移,该阶段呈现的凸形曲线和历时与降雨雨型、含水层的透水性密切相关;第 3 阶段,深层部位含水量高于上层,最终逐渐趋近地表层含水量并恢复到降雨前的初始值. 基质吸力、渗透系数随含水层深度呈指数分布.

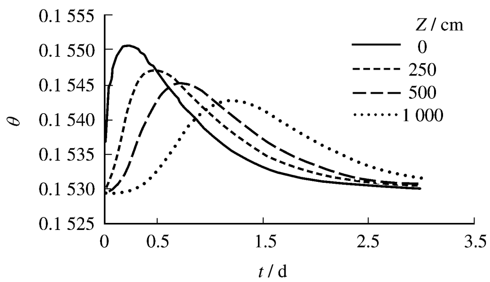


图 2 含水层为无限深砂土含水量随时间的变化

Fig. 2 Variation of moisture content of the loam soil with infinite depth of water-bearing bed with time

2.2 特大暴雨(最大雨强大于 500 mm)

特大暴雨的降雨强度很大且历时较短,在假定雨水全部渗入含水层的情况下,无论是砂土还是壤土,也无论含水层深度仅为 100 cm 还是无限深,由于地表很快就饱和,降雨的影响深度随含水层透水性的增加而减小. 含水量、基质吸力以及渗透系数均沿深度的变化呈抛物线递减. 含水层厚度仅为 100 cm 时,抛物线在土层的上部递减较快,下部递减趋缓. 含水层为无限深时,抛物线在土层的上部变化稍缓,且影响稍深. 这种情况下,砂土与壤土的非饱和性状几乎一致.

3 结 语

(1)非恒定降雨强度(雨强小于 30 mm)无论是砂土还是壤土,当含水层厚度为有限深(如 100 cm)时,由于存在不透水层,入渗的雨水存在于含水层中,土壤的含水量均随时间单调递增,而含水量、基质吸力以及渗透系数沿深度的变化则随含水层的透水性而异,渗透性较好的(砂土)几乎呈垂线分布;而渗透性较差的(壤土)呈曲线分布,其弯曲程度与降雨强度、含水层透水性密切相关,降雨强度越大,透水性越小,则曲线弯曲越甚.

当含水层为无限深时,雨水可不断下渗,含水层含水量均随时间的变化呈概率分布,含水量和渗透系数由上层高、下层低逐渐转变为上层低、下层高,最终趋于降雨前的值;而基质吸力刚好相反,由上层低、下层高逐渐转变为上层高、下层低,最终趋于降雨前的值. 这符合含水层无限深的下渗规律.

(2)特大暴雨(雨强大于 500 mm)时,砂土和壤土在含水层为有限和无限深度下的非饱和性状几乎一致. 含水量与渗透系数变化至最大,基质吸力变化至零,而下层土壤变化很小,甚至没有变化,降雨的影响深度随含水层的透水性的减小而减小.

参 考 文 献:

[1] Guido D S. Series solution for Richards equation under concentration boundary condition and uniform initial conditions [J]. **Water Resources Res**, 1996, 32 (8): 2401-2407.

[2] 陈建谋, 谭义绩, 陈主惠. Kirchoff 积分转换分析不积水之一维入渗[J]. 台湾水利, 99(3): 67-74.

[3] 刘建军, 熊 俊, 何 翔. 降雨条件下岩土饱和-非饱和渗流分析[J]. 岩土力学, 2004(增刊): 559-563.

[4] 汤有光, 郭铁锋, 吴宏伟, 等. 考虑地表径流和地下渗流耦合的斜坡降雨入渗研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 1347-1352.

[5] 李兆平, 张 弥. 降雨入渗对基坑工程安全性影响的研究[J]. 中国安全科学学报, 2000, 10(3): 16-22.

[6] 张培文, 刘德富, 郑 宏, 等. 降雨条件下坡面径流和入渗耦合的数值模拟[J]. 岩土力学, 2004, 25(1): 109-113.

[7] 郭东屏, 张石峰. 流理论基础[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1994.

[8] Fredlund D G, Raharjo H, 陈仲颐, 等译. 非饱和土土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.